

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ  
НАУК

*На правах рукописи*

КАРДАПОЛЬЦЕВ ЛЕОНИД ВАСИЛЬЕВИЧ

**ИЗМЕРЕНИЕ СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА**  
 **$e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИИ**  
 **$2E = 1.05 - 2.0$  ГЭВ**

01.04.16 — физика атомного ядра и элементарных частиц

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
Дружинин Владимир Прокопьевич  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Новосибирск — 2013

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>Глава 1. Экспериментальная установка</b>	<b>8</b>
1.1. Ускорительный комплекс ВЭПП-2000 . . . . .	8
1.2. Детектор СНД . . . . .	11
1.3. Калориметр . . . . .	15
1.4. Трековая система . . . . .	19
1.5. Эксперименты с детектором СНД на ВЭПП-2000 . . . . .	23
<b>Глава 2. Моделирование процессов <math>e^+e^-</math> в адроны</b>	<b>24</b>
2.1. Постановка задачи . . . . .	24
2.2. Описание алгоритма моделирования . . . . .	25
2.3. Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ . . . . .	27
2.4. Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . . . . .	30
2.5. Процессы $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ . . . . .	35
2.6. Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ . . . . .	38
2.7. Процессы $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$ и $e^+e^- \rightarrow \phi\eta \rightarrow$ $\pi^+\pi^-\pi^0\eta$ . . . . .	41
2.8. Радиационные поправки . . . . .	42
2.9. Интегрирование по фазовому объему . . . . .	44
<b>Глава 3. Изучение процесса <math>e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma</math></b>	<b>48</b>
4.1. Измерение светимости . . . . .	48
4.2. Условия отбора событий изучаемого процесса . . . . .	54
4.3. Фоновые процессы . . . . .	56
4.4. Определение числа событий изучаемого процесса . . . . .	62

4.5. Эффективность регистрации и вычисление радиационных поправок . . . . .	65
4.6. Изучение вероятности конверсии фотона . . . . .	71
4.7. Борновское сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ .	76
4.8. Параметры $\rho'$ и $\rho''$ мезонов . . . . .	81
4.9. Переходной формфактор $\omega \rightarrow \pi^0\gamma^*$ . . . . .	84
4.10. Проверка гипотезы о сохранении векторного тока . . . .	87
<b>Заключение</b>	<b>90</b>
<b>Литература</b>	<b>93</b>

## Введение

Эксперименты на встречных электрон-позитронных пучках благодаря, главным образом, низкому уровню фона являются наиболее подходящим методом для изучения распадов легких векторных мезонов  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  и их возбуждений. В Институте ядерной физики СО РАН на протяжении многих лет исследования процессов электрон-позитронной аннигиляции велись на коллайдере ВЭПП-2М [1] в диапазоне энергии в системе центра масс  $E = 2E_b = 0.4\text{--}1.4$  ГэВ. Здесь  $E_b$  — энергия пучка в коллайдере. Современные таблицы элементарных частиц [2] в части, касающейся  $\rho$ -,  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов, в значительной степени базируются на данных, полученных на ВЭПП-2М. С 2010 года в ИЯФ СО РАН начался набор статистики на новом  $e^+e^-$  коллайдере ВЭПП-2000 [3] с энергией пучков в системе центра масс до 2 ГэВ. На ВЭПП-2000 ведутся эксперименты со Сферическим нейтральным детектором (СНД) [4–7] и Криогенным магнитным детектором (КМД-3) [8]. Данная работа выполнена на основе статистики, набранной с детектором СНД.

Важными направлениями исследований на ВЭПП-2000 являются изменение сечения  $e^+e^-$  аннигиляции в адроны и изучение возбужденных состояний векторных мезонов, рождающихся в диапазоне энергии 1–2 ГэВ. Изучение процесса

$$e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma \quad (1)$$

на данных с ВЭПП-2000 представляется очень актуальным для этих направлений. Процесс  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  — один из доминирующих процессов  $e^+e^-$  аннигиляции в адроны в области энергии в системе центра масс  $E=1\text{--}2$  ГэВ. Поскольку при энергии около 1.5 ГэВ главный вклад в его сечение дает распад  $\rho(1450)$ -мезона на  $\omega\pi^0$ , он является ключевым для определения параметров резонанса  $\rho(1450)$ . Стоит отметить, что вклад от  $\rho(1450)$  сильно

интерferирует с вкладами от других изовекторных резонансов:  $\rho(770)$  и  $\rho(1700)$ . При этом на данный момент отсутствует общепринятая теоретическая модель, описывающая «хвост» от  $\rho(770)$  при энергии больше 1 ГэВ и форму таких широких резонансов, как  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$ . Это приводит к сильной модельной неопределенности параметров  $\rho(1450)$ , извлекаемых из аппроксимации экспериментальных данных.

В данной работе для измерения сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  был выбран канал распада  $\omega$ -мезона на  $\pi^0\gamma$ . Несмотря на то, что основной модой распада  $\omega$  мезона является канал  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , такой выбор оправдан. В отличие от конечного состояния  $4\pi$ , для состояния  $\pi^0\pi^0\gamma$  в изучаемой области энергии промежуточный механизм  $\omega\pi^0$  является доминирующим. Это позволяет избежать систематической неопределенности из-за сложной процедуры вычитания фона и учета интерференции между разными механизмами реакции, которая может быть значительной.

Кроме того, так как в диапазоне энергии  $E=1.4\text{--}2.0$  ГэВ сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  не было измерено, его прецизионное измерение поможет улучшить точность вычисления адронного вклада в поляризацию вакуума в диапазоне энергии 1.4–2.0 ГэВ. Этот вклад необходимо учитывать при расчете аномального магнитного момента мюона  $a_\mu$  и значения бегущей константы электромагнитного взаимодействия на массе  $Z$ -бозона (смотри, например, недавнюю работу [9]).

Данные по сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  могут быть использованы для проверки гипотезы о сохранении векторного тока. Эта теоретическая идея впервые была сформулирована Y. S. Tsai в 1971 году [10] и затем подтверждена H. V. Thacker и J. J. Sakurai [11]. Гипотеза позволяет связать спектральную функцию  $\nu_1(q^2)$  распада  $\tau$  лептона  $\tau \rightarrow h^\pm\nu_\tau$  с сечением  $e^+e^- \rightarrow h^0$ , где  $h^\pm$  — система адронов с квадратом инвариантной массы  $q^2$ ,

имеющая с квантовые числа  $I^G = 1^+$  и  $J^{PC} = 1^{--}$ .

При помощи данных, набранных детектором СНД, планируется провести поиск электрических дипольных распадов векторных мезонов  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$ . Их изучение важно для понимания кварковой структуры этих резонансов. В работе [12] показано, что измерение ширин радиационных переходов является очень чувствительным способом исследования кварковой структуры. Так, для пары  $q\bar{q}$  в состоянии  $2S$  доминирующими каналами распада являются  $f_2(1270)\gamma$  и  $f_1(1285)\gamma$ , а для состояния  $1D$  —  $f_1(1285)\gamma$  и  $f_0(1350)\gamma$ . Поиск электрических дипольных переходов в состоянии  $f_2(1270)$  и  $f_0(1350)$  удобно вести в конечном состоянии  $\pi^0\pi^0\gamma$ . Главным фоновым процессом для этих переходов является процесс  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ . Таким образом, прецизионное измерение сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  является первым шагом в изучении электрических дипольных распадов  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$ .

Впервые сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  в канале распада  $\omega$  на  $\pi^0\gamma$  было измерено на детекторе ND [13] с систематической ошибкой  $\sim 20\%$ . Позже измерения этого сечения были проведены на детекторах СНД [14] и КМД-2 [15]. Точность измерения в этих экспериментах определялась статистической ошибкой, которая составляла 10–15%. Описанные выше эксперименты проводились на  $e^+e^-$  коллайдере ВЭПП-2М при энергии начальной  $e^+e^-$  пары до 1.4 ГэВ.

В канале распада  $\omega$  на  $\pi^+\pi^-\pi^0$  первое измерение сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  было сделано на детекторе DM2 [16]. В самой работе измерение описано как предварительное; исследования систематических ошибок проведено не было. До последнего времени результат DM2 был единственным измерением сечения  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  при энергии выше 1.4 ГэВ. Ниже 1.4 ГэВ это сечение было измерено на ВЭПП-2М детекторами КМД-2 [17] и СНД [18]. В

этих экспериментах точность была ограничена, в основном, систематической ошибкой, составляющей 13–15%.

Наш предварительный результат, основанный на статистике, накопленной СНД на ВЭПП-2000 в 2010 году был опубликован в работе [19]. Более точное измерение, в которое были включены также данные 2011 года, сделано в работе [20].

Кроме того, в ходе работы был разработан генератор первичных событий методом Монте-Карло для процессов  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ ,  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ ,  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ ,  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ ,  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ ,  $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$ ,  $e^+e^- \rightarrow \phi\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$ .

На защиту выносятся следующие основные выводы и положения:

Измерение сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  в эксперименте с детектором СНД на ВЭПП-2000 в области энергии в системе центра масс от 1.05 ГэВ до 2.00 ГэВ.

Вычислен переходного формфактора  $\gamma^* \rightarrow \omega\pi^0$  по измеренному сечению.

Сравнение наших данных по сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  с данными по распаду  $\tau^- \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau$  с использованием гипотезы сохранения векторного тока.

Разработка генератора первичных событий методом Монте-Карло для наиболее существенных в области ВЭПП-2000 процессов  $e^+e^-$  аннигиляции в адронные конечные состояния.

# Глава 1. Экспериментальная установка

## 1.1. Ускорительный комплекс ВЭПП-2000

Эксперимент проводился с помощью детектора СНД [4–7] на ускорительном комплексе ВЭПП-2000 [3], предназначенном для изучения процессов  $e^+e^-$  аннигиляции в области энергии в системе центра масс от 160 МэВ до 2 ГэВ. Схема ускорительного комплекса приведена на рис. 1. Он состоит из

- инжектора, импульсного линейного ускорителя (ИЛУ) с энергией 3 МэВ,
- электронного синхробетатрона (Б-ЗМ) с энергией 250 МэВ,
- накопителя-охладителя БЭП, рассчитанного на энергию до 900 МэВ в пучке,
- коллайдера ВЭПП-2000 с максимальной энергией до 1000 МэВ в пучке.

Электронный пучок, ускоренный в ИЛУ, инжектируется в Б-ЗМ. В режиме накопления позитронов пучок ускоряется в Б-ЗМ до 250 МэВ и направляется на вольфрамовый конвертор, расположенный в канале между Б-ЗМ и БЭП. Позитроны со средней энергией 120 МэВ, образующиеся при конверсии, накапливаются в БЭП. При накоплении электронов электронный пучок ускоряется до 120 МэВ и инжектируется в БЭП, минуя конвертор. Магнитное поле в БЭП при накоплении электронов и позитронов имеет разный знак. В кольце БЭП могут накапливаться электронный или позитронные пучки с током до 200 мА, которые могут быть ускорены до 900 МэВ. При энергии до 900 МэВ инжекция в ВЭПП-2000 производится при энергии проведения



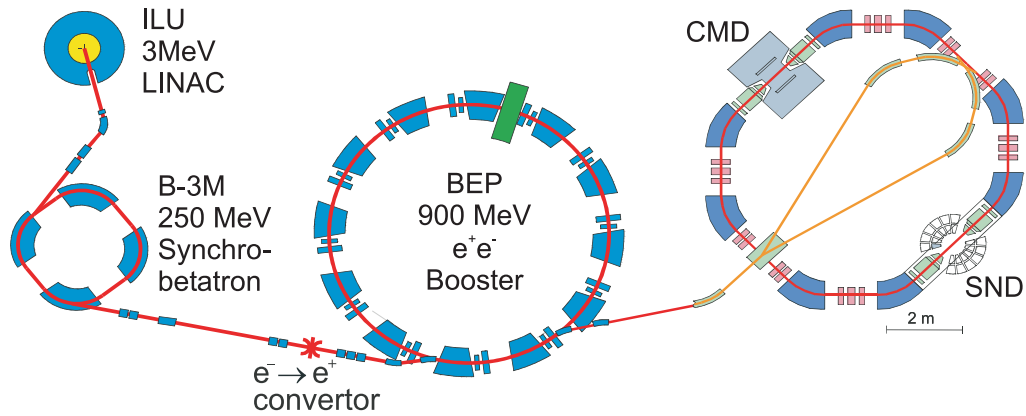


Рис. 1: Схема ускорительного комплекса ВЭПП-2000.

эксперимента. При рабочей энергии 900–1000 МэВ требуется доускорение пучков непосредственно в коллайдере ВЭПП-2000.

Магнитная структура коллайдера ВЭПП-2000 обладает зеркальной симметрией. Она состоит из двух симметричных полуколец, каждое из которых включает в себя четыре поворотных магнита, два коротких технических промежутка с триплетами квадрупольных линз, расположенных между магнитами, прямолинейный экспериментальный промежуток длиной 3 м, предназначенный для установки детектора, и длинный технический прямолинейный промежуток (один из которых предназначен для инжекции пучков, а в другом находится ВЧ-резонатор). В каждом экспериментальном промежутке расположена пара сверхпроводящих соленоидов с полем до 130 кГс, выполняющих финальную фокусировку пучков. Соленоиды обеспечивают равные и малые поперечные размеры пучков в месте встречи [3].

Время обращения пучка в ВЭПП-2000 составляет 81 нс. Продольный размер области взаимодействия пучков изменялся во время набора данных в пределах 1.5–3.0 см. Энергетический разброс для частиц в пучке  $\sigma_{\Delta E/E} = 6.4 \times 10^{-4}$ . Средние токи электронов и позитронов в коллайдере составляли

20–35 мА при энергии в системе центра масс  $E = 1.05$  ГэВ и 50–80 мА при энергии  $E = 2$  ГэВ. Максимальное достигнутое значение светимости составляло около  $1 \times 10^{31}$  см<sup>-2</sup>с<sup>-1</sup>.

Во время эксперимента энергия коллайдера рассчитывалась по измерениям магнитного поля в поворотных магнитах ВЭПП-2000 датчиками ЯМР. Для проверки расчета проводилось сканирование узкого интервала энергии вблизи  $\phi$ -мезонного резонанса. Из записанных данных выделялись события процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , и строилась кривая возбуждения  $\phi$ -мезонного резонанса. Для нормировки использовался процесс  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ . При аппроксимации кривой возбуждения определялась масса  $\phi$ -мезона, которая сравнивалась с табличным значением [2]. Неопределенность табличного значения массы равная 20 кэВ определяет предельную точность этого метода калибровки энергии.

При более высоких энергиях точность установки энергии коллайдера может быть измерена на детекторе КМД-3 по событиям процессов  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  и  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^+\pi^-$ . Измеряя в магнитном поле импульсы частиц и зная их массы, можно определить энергию начальных частиц. Этот метод требует очень хорошего знания отклика детектора. В настоящее время КМД-3 еще не готов для прецизионного измерения энергии пучков.

В 2012 году были проведены первые измерения энергии пучка по краю спектра обратного комптоновского рассеяния лазерного излучения на электронном пучке [21]. Энергия была измерена в нескольких точках вблизи максимальной энергии коллайдера во время набора данных. Проведен был также цикл измерений только с электронным пучком. Энергия измерялась в нескольких точках в интервале  $E_b$  от 525 до 1000 МэВ. В этих измерениях были обнаружены систематические отклонения от расчетной по ЯМР энергии пучка, которые могут быть связаны с неопределенностями в знании

магнитной структуры коллайдера, а также с возможными нестабильностями элементов магнитной структуры, например, из-за изменения температуры. Обнаруженные отклонения измеренной энергии от расчетной были взяты в качестве оценки систематической неопределенности установки энергии коллайдера. В настоящее время точность установки удвоенной энергии оценивается в 5 МэВ. Следует отметить, что в будущем энергии могут быть уточнены по измерениям в детекторе КМД-3. Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  относительно медленно меняется с энергией, поэтому систематическая неопределенность связанная с определением энергии слабо влияет на точность его измерения.

## 1.2. Детектор СНД

СНД является универсальным немагнитным детектором [4–7], предназначенным для экспериментов на  $e^+e^-$  коллайдере ВЭПП-2000 [3]. Общий вид детектора приведен на рисунках 2 и 3. Пучки электронов и позитронов сталкиваются внутри вакуумной камеры, сделанной из бериллия. Диаметр камеры составляет 40 мм, ее длина — 259 мм, а толщина стенки — 0.75 мм. Вакуумная камера окружена трековой системой, состоящей из девятислойной дрейфовой камеры и пропорциональной камеры, расположенных в общем газовом объеме. Полный телесный угол трековой системы — 94% от  $4\pi$ . Для защиты трековой системы от синхротронного излучения между вакуумной камерой и трековой системой установлена дополнительная защита из одного слоя титановой фольги толщиной 60 мкм и двух слоев алюминиевой фольги с полной толщиной 200 мкм [22].

Вокруг трековой системы располагается система пороговых аэрогелевых черенковских счетчиков, которая предназначена для выделения К-мезонов.

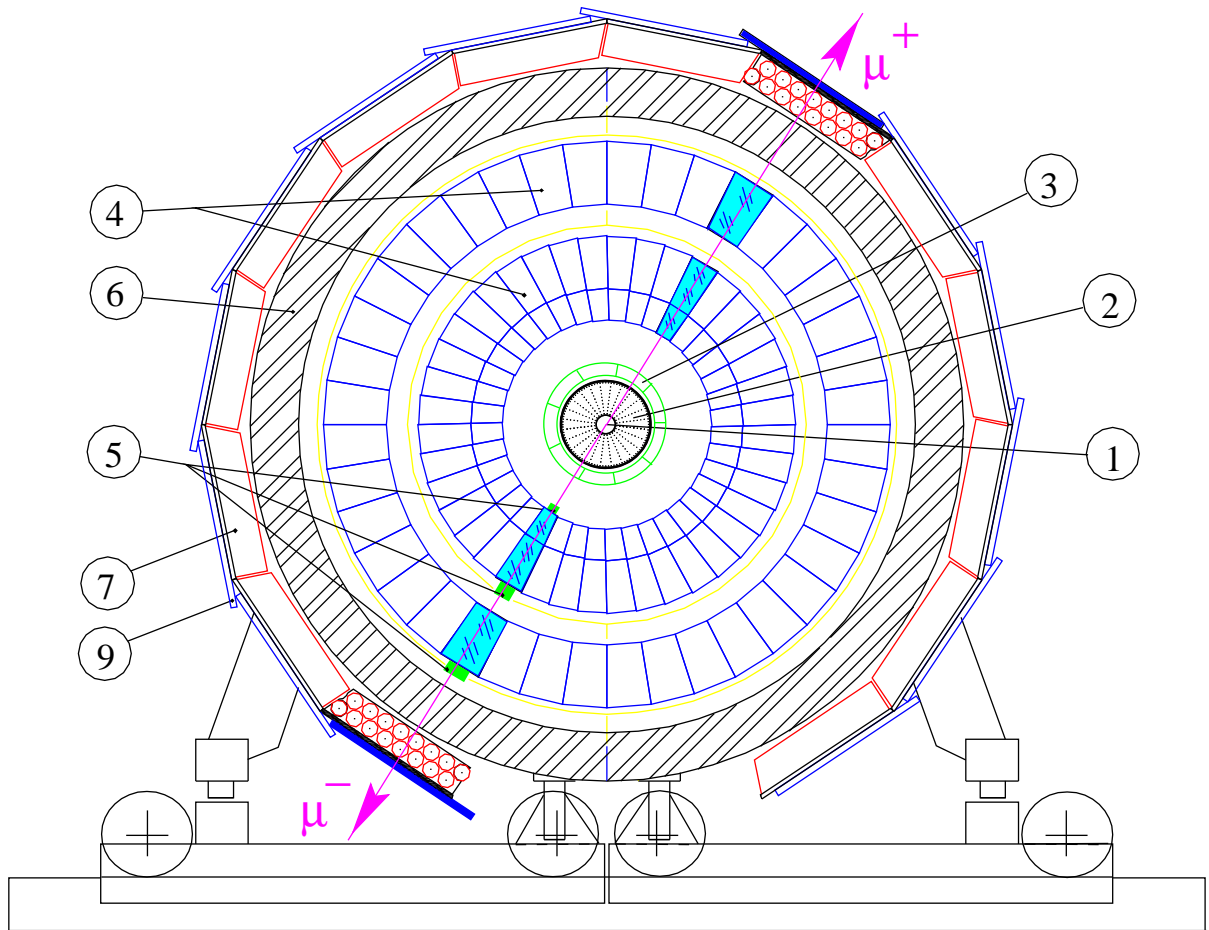


Рис. 2: Схема детектора СНД (сечение вдоль оси пучков): 1 — вакуумная камера, 2 — трековая система, 3 — аэрогелевые черенковские счетчики, 4 — кристаллы NaI(Tl), 5 — вакуумные фототриоды, 6 — поглотитель, 7 — пропорциональные трубки, 8 — железный фильтр, 9 — сцинтилляционные счетчики, 10 — фокусирующие соленоиды ВЭПП-2000.

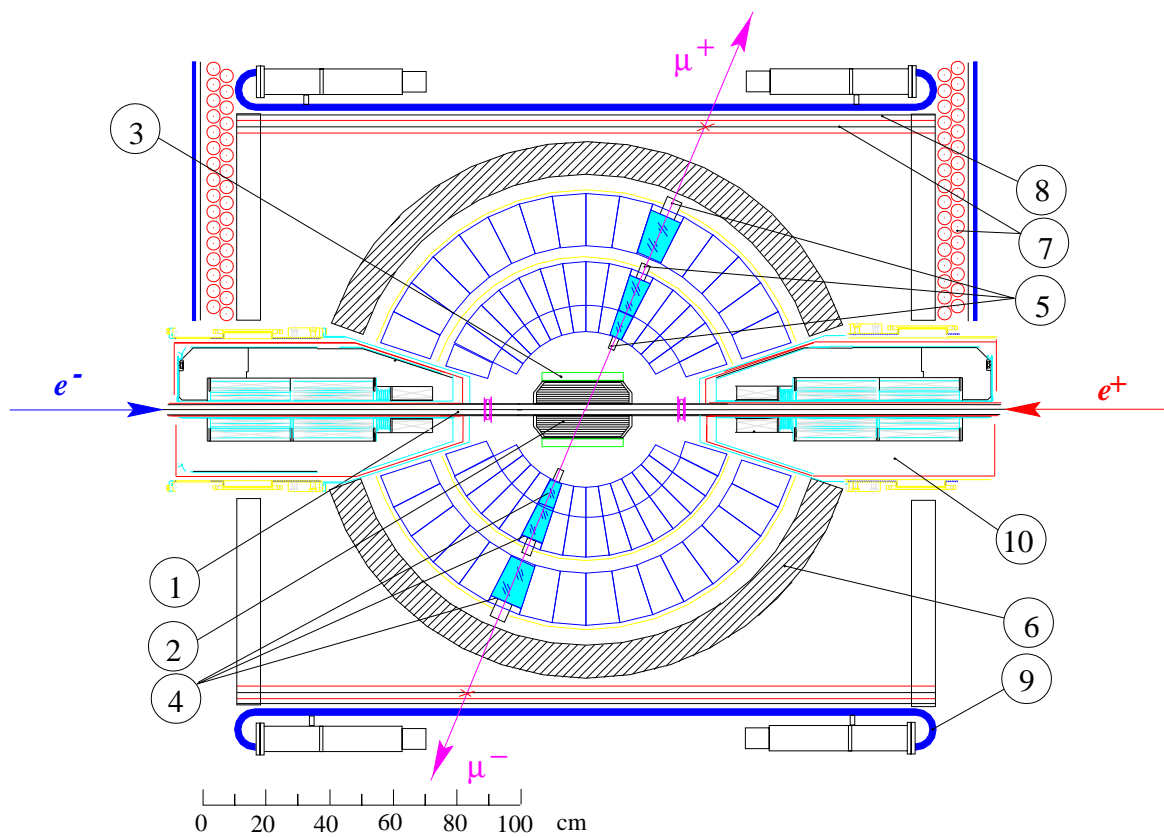


Рис. 3: Схема детектора СНД (сечение поперек оси пучков): 1 — вакуумная камера, 2 — трековая система, 3 — аэрогелевые черенковские счетчики, 4 — кристаллы NaI(Tl), 5 — вакуумные фототриоды, 6 — поглотитель, 7 — пропорциональные трубки, 8 — железный фильтр, 9 — сцинтилляционные счетчики, 10 — фокусирующие соленоиды ВЭПП-2000.

Она состоит из трех одинаковых сегментов, образующих цилиндр. Каждый сегмент состоит из трех светоизолированных друг от друга счетчиков, расположенных в общем корпусе. Счетчик построен по схеме АШИФ, т.е. свет из Аэрогелевого радиатора, выводится с помощью спектросмещающей пластины (Шифтера) и детектируется с помощью Фотоумножителя. Аэрогелевый радиатор составлен из блоков аэрогеля различного размера и имеет общую толщину 29–30 мм. Спектросмещающая пластина изготовлена из полиметилметакрилата с добавлением ВВQ. В системе применяются фотоумножители с микроканальными пластинами [23] с диаметром фотокатода 18 мм. В экспериментах по сканированию области энергии  $E=1.05\text{--}2.00$  ГэВ использовался аэрогель с показателем преломления  $n = 1.13$ . С таким показателем преломления система позволяет эффективно отделять  $K$ -мезоны от других частиц в интервале импульсов от 350 МэВ/с до 940 МэВ/с [6, 24].

Основной частью детектора СНД является трехслойный электромагнитный калориметр, состоящий из 1630 кристаллов NaI(Tl). Полная толщина калориметра для частиц, летящих из центра, составляет 34.7 см или 13.4 радиационных длин. Полный телесный угол калориметра составляет 90% от  $4\pi$ . Калориметр позволяет измерять энергии и углы вылета фотонов, энергии электронов и обеспечивает высокую чувствительность детектора к событиям с нейтральными частицами в конечном состоянии.

Снаружи калориметра находится железный поглотитель толщиной 12 см, за которым следует мюонная система, состоящая из двух слоев пропорциональных трубок, железного фильтра толщиной 1 см и пластиковых сцинтилляционных счетчиков. Она предназначена для идентификации мюонов при энергии больше 450 МэВ и подавления фона от космических частиц. Железный фильтр уменьшает вероятность одновременного срабатывания счетчиков и трубок от остатков электромагнитных ливней, вышедших за

пределы поглотителя [25, 26].

При изучении процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  система аэрогелевых черенковских счетчиков и мюонная система не использовались. Ключевую роль при анализе этого процесса играл электромагнитный калориметр. Трековая система использовалась для отбора нейтральных событий (так мы называем события, которые не содержат заряженных частиц в конечном состоянии). Поэтому ниже приведено более подробное описание калориметра и трековой системы.

### 1.3. Калориметр

Трехслойный калориметр детектора СНД на основе кристаллов NaI(Tl) имеет сферическую форму, что обеспечивает его равномерную чувствительность по телесному углу. Трехмерная схема калориметра приведена на рис. 4. Счетчики первых двух слоев, имеющие толщины  $2.9X_0$  и  $4.8X_0$ , где  $X_0$  — радиационная длина, упакованы в общий контейнер из алюминиевой фольги толщиной 0.1 мм. Контейнеры укреплены на несущей алюминиевой сфере толщиной 5 мм. За ней находится третий слой счетчиков толщиной  $5.7X_0$ . Для улучшения светосбора и светоизоляции каждый из кристаллов обернут в алюминизированный лавсан. Зазор между кристаллами счетчиков одного слоя составляет около 0.5 мм. Общее число счетчиков калориметра — 1632. Число кристаллов в слое варьируется от 520 до 560. Полный вес калориметра составляет 3.5 тонны.

Калориметр покрывает область полярных углов  $18^\circ \leq \theta \leq 162^\circ$ . Его можно разбить на области «малых» углов  $18^\circ \leq \theta \leq 36^\circ$  и  $144^\circ \leq \theta \leq 162^\circ$  и область «больших» углов  $36^\circ \leq \theta \leq 144^\circ$ . Угловые размеры кристаллов составляют  $\Delta\phi = \Delta\theta = 9^\circ$  в области «больших» углов и  $\Delta\phi = 18^\circ, \Delta\theta = 9^\circ$

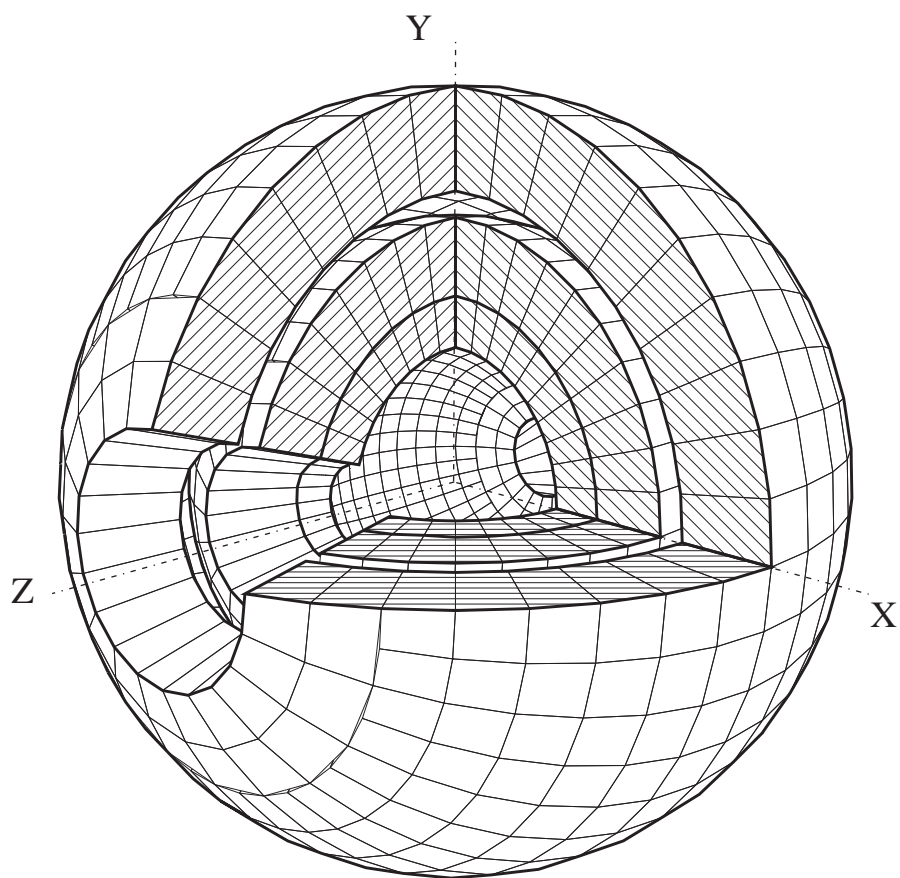


Рис. 4: Трехмерная схема калориметра детектора СНД.



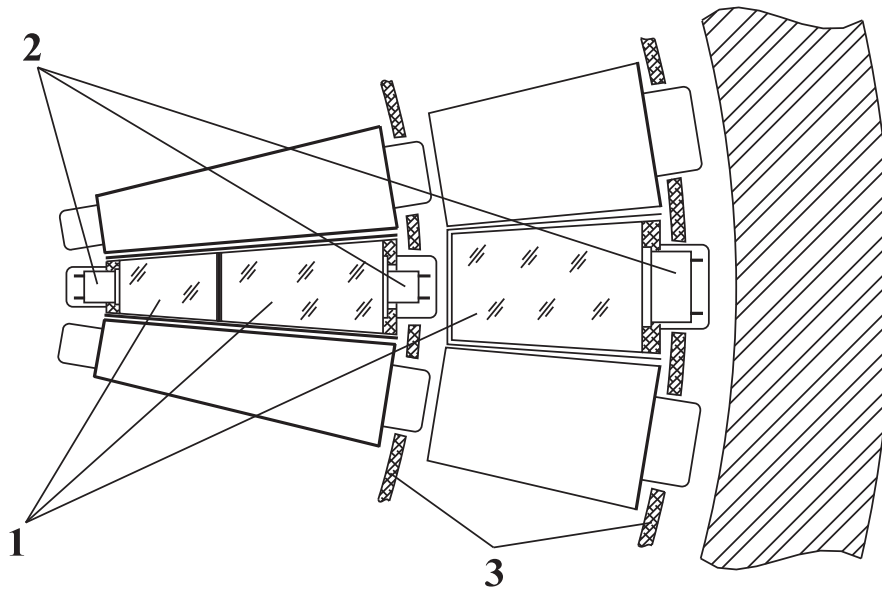


Рис. 5: Вид кристаллов NaI(Tl) в калориметре; 1 — кристаллы NaI(Tl), 2 — вакуумные фототриоды, 3 — алюминиевые полусферы.

в области «малых» углов. В каждом слое имеются восемь различных типов счетчиков, большинство из которых имеют форму усеченных четырехгранных пирамид.

Выбранная величина углового размера кристалла калориметра примерно соответствует поперечному размеру электромагнитного ливня в NaI. Таким образом, два ливня могут быть разделены если угол между ними превышает  $9^\circ$ . Если угол между частицами больше  $18^\circ$ , то энергия каждой из них может быть измерена с той же точностью, что и для изолированного ливня. Высокая гранулированность калориметра позволяет эффективно реконструировать многочастичные события.

Коэффициент светосбора в кристаллах разных слоев составляет от 7 до 15%. В качестве фотоприемников используются компактные вакуумные фототриоды с диаметром фотокатода 17 мм на первом и втором слоях и 42 мм на третьем слое. Средний квантовый выход фотокатодов фототриодов в

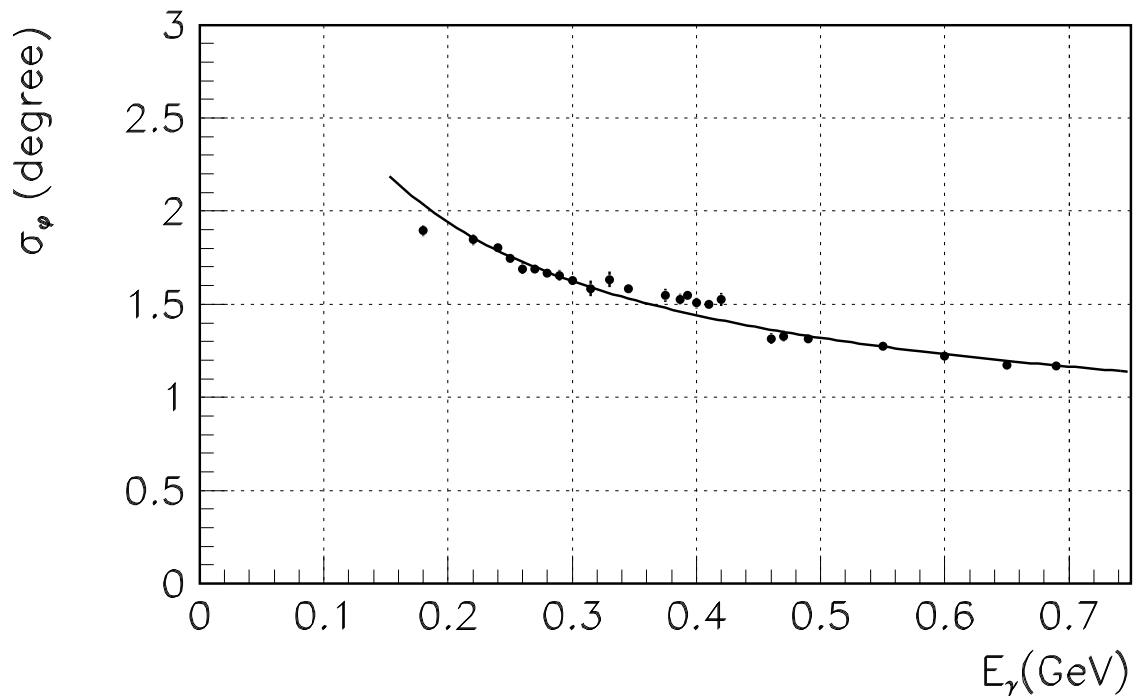


Рис. 6: Зависимость углового разрешения калориметра от энергии фотона.

спектре излучения NaI(Tl) составляет около 15%, а коэффициент усиления — около 10%. В конструкции калориметра было использовано оригинальное решение — фототриоды первого слоя размещены внутри калориметра. Это позволило существенно уменьшить количество «мертвого» вещества между первым и вторым слоями, вблизи максимума развития электромагнитного ливня [25].

Для энергетической калибровки электронного тракта калориметра был разработан комплекс процедур, использующих как генераторные сигналы, так и реальные события. События от космических мюонов используются для предварительной калибровки [27], которая проводится, примерно, раз в две недели во время профилактической остановки в наборе данных. Набор событий для «космической» калибровки занимает около пяти часов. При этом

достигается 1%-ая статистическая точность измерения средних амплитуд в кристаллах калориметра. Более точная калибровка кристаллов проводится при обработке записанных экспериментальных событий, по событиям процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  [28].

Энергетическое разрешение калориметра ограничивается такими факторами, как флуктуации выхода энергии ливней наружу из калориметра, потери энергии в деталях конструкции внутри и перед калориметром. Большое влияние на энергетическое разрешение детектора могут оказывать аппаратные эффекты: неоднородность светособирания по объему кристаллов, нестабильность и шумы каналов электроники. Измеренное по событиям процессов  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$  [28] энергетическое разрешение калориметра для фотонов описывается функцией:

$$\sigma_E/E(\%) = \frac{4.2\%}{\sqrt[4]{E(\text{ГэВ})}} \quad (2)$$

Зависимость углового разрешения калориметра от энергии фотона приведена на рис. 6. Она неплохо описывается формулой (кривая на рис. 6):

$$\sigma_\phi = \frac{0.82^\circ}{\sqrt{E(\text{ГэВ})}} \oplus 0.63^\circ. \quad (3)$$

## 1.4. Трековая система

Трековая система детектора СНД состоит из дрейфовой камеры с ячейкой струйного типа и пропорциональной камеры, расположенных в общем газовом объеме. Сечение трековой системы вдоль оси пучков показано на рис. 7, а сечение поперек оси — на рис. 8. Основные параметры трековой системы перечислены в таблице 1 [22].

Дрейфовая камера используется определения параметров заряженных частиц: полярного и азимутального углов и точки вылета. Измеряются так-

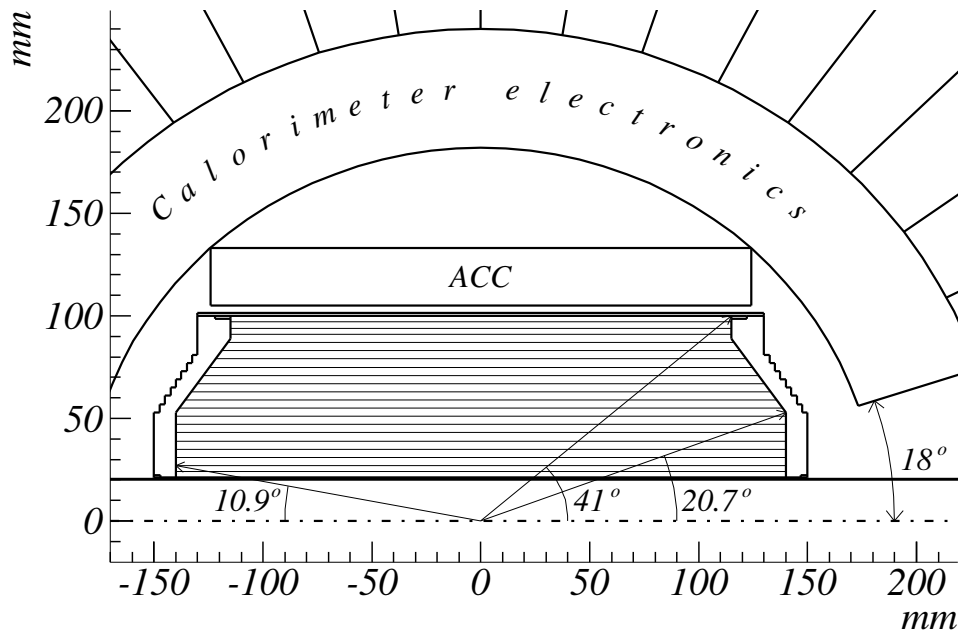


Рис. 7: Центральная часть СНД, сечение вдоль оси пучков.

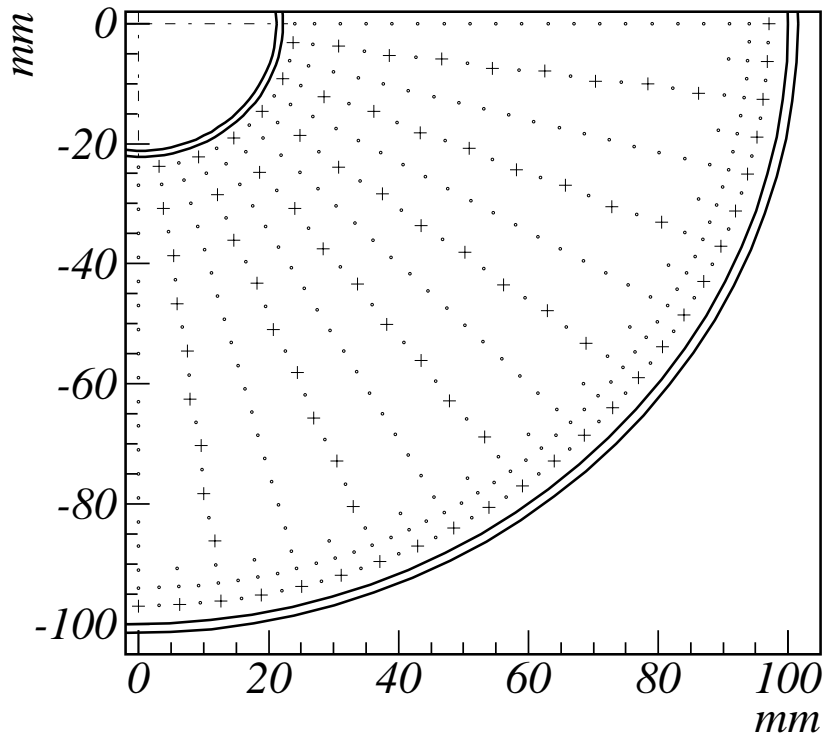


Рис. 8: Сечение трековой системы поперек оси пучков. Крестиками показаны анодные проволочки, точками — полевые и экранирующие проволочки. Размеры указаны в миллиметрах.

Таблица 1: Параметры трековой системы СНД.

Длина чувствительной области	230–280 мм
Внутренний диаметр	40 мм
Внешний диаметр	200 мм
Телесный угол (по четырем слоям)	94% от $4\pi$
Количество вещества	3.8% $X_0$
Количество секторов	24
Количество сигнальных проволочек	216
Количество катодных проволочек	280
Координатное разрешение по времени дрейфа	150 мкм
Разрешение по $Z$ координате, измеренное по проволочкам	1.5 мм
Разрешение по $Z$ координате, измеренное по полоскам	0.3–0.6 мм
Разрешение для трека по азимутальному углу	0.18°
Разрешение для трека по полярному углу	0.3°
Разрешение по вершине в плоскости $r - \phi$	0.2 мм

же средние ионизационные потери частицы. Камера состоит из двадцати четырех секторов. Каждый сектор содержит 9 анодных (сигнальных) проволочек. Для разрешения лево-правой неоднозначности при восстановлении трека проволочки во всех слоях, кроме первого, ближайшего к оси пучков, смещены в азимутальном направлении на  $\pm 300$  мкм относительно оси сектора. Радиальный размер дрейфовой ячейки первого слоя составляет 6 мм, а в остальных слоях — 8 мм. Радиальная координата сигнальных проволочек первого слоя равна 24 мм, девятого слоя — 87 мм. Максимальная длина дрейфа ионизации в азимутальном направлении меняется от 3 мм в первом слое до 11 мм в девятом.

Анодные проволочки имеют диаметр 15 мкм и изготовлены из позолоченного вольфрама. Полевые и экранирующие проволочки изготовлены из позолоченного титана и имеют диаметр 100 мкм.

Вблизи внешней обечайки трековой системы расположена пропорциональная камера, которая используется для измерения  $z$ -координат треков заряженных частиц. Катодные проволочки пропорциональной камеры натянуты на радиусе 94 мм с шагом 3 мм. На радиусе 97 мм с таким же шагом поочередно натянуты анодные и полевые проволочки. Вторым, сигнальным катодом пропорциональной камеры служат медные полоски на внутренней поверхности обечайки. Размер каждой из полосок в направлении вдоль оси пучков составляет 6 мм, угловой размер полоски в азимутальном направлении —  $90^\circ$ .

Между пропорциональной камерой и внешним слоем дрейфовой камеры на радиусе 91 мм расположен экранирующий слой проволоки. С учетом этого слоя полное количество полевых и экранирующих проволочек в пропорциональной камере равно 480, число анодных проволочек — 96.

Центральная область внутренней обечайки также разделена на полоски

размером вдоль оси пучков 6 мм и угловым размером  $90^\circ$ . Полное количество полосок на внутренней обечайке равно 128. Суммарное количество сигнальных полосок в трековой системе составляет 280.

В трековой системе используется газовая смесь  $\text{Ar}+10\%\text{CO}_2$ , которая позволяет получить режим насыщения скорости дрейфа электронов при напряженности электрического поля около  $1 \text{ кВ/см}$  [22].

Для каждой сигнальной проволочки в дрейфовой камере измеряется время дрейфа и амплитуды с обеих сторон проволочек. По соотношению амплитуд определяется координата прохождения трека вдоль проволочки. Более точные измерения  $Z$  координаты делаются на внутреннем и наружном катодах, при анализе распределения заряда, наведенного на катодные полоски. Проектные значения координатных разрешений приведены в таблице 1. В реальном эксперименте эти параметры еще не достигнуты.

## 1.5. Эксперименты с детектором СНД на ВЭПП-2000

Эксперименты с детектором СНД на ВЭПП-2000 начались в 2010 году. В трех экспериментальных сезонах 2010–2012 годов статистика набиралась в энергетическом интервале от 1.05 до 2.00 ГэВ [29, 30]. Это дает возможность провести измерения сечений как в области энергий  $E=1.4\text{--}2.0$  ГэВ, ранее недоступной на ВЭПП-2М, так и в области ниже 1.4 ГэВ, где имеются достаточно точные данные, полученные на ВЭПП-2М.

В 2010 году было накоплено около  $5 \text{ пб}^{-1}$  в области энергии  $E=1.1\text{--}1.9$  ГэВ [29]. Этот диапазон был просканирован с шагом 100 МэВ. В 2011 году был исследован более широкий интервал энергии от 1.05 до 2.00 ГэВ с более мелким шагом 25 МэВ (20 МэВ вблизи порога рождения нуклон-антинуклонных пар). В 2011 году было набрано около  $22 \text{ пб}^{-1}$  [30]. В экспери-

ментальном заходе 2012 года был просканирован диапазон энергии  $E=1.28-1.98$  ГэВ с шагом 20–40 МэВ. Во время этого захода было набрано около 13 пб<sup>-1</sup>. Всего за время работы коллайдера ВЭПП-2000 детектором СНД выше 1.05 ГэВ были записаны данные с интегральной светимостью около 40 пб<sup>-1</sup>. В данной работе использовано около 27 пб<sup>-1</sup>, набранных в 2010-2011 годах.

## Глава 2. Моделирование процессов $e^+e^-$ в адроны

### 2.1. Постановка задачи

При обработке экспериментальных данных для измерения сечений и исследования фоновых условий требуется моделирование всех возможных процессов  $e^+e^-$  аннигиляции, происходящих в исследуемом интервале энергии. В области энергии выше 1.2 ГэВ, где рождаются возбужденные состояния векторных мезонов  $\rho$ ,  $\omega$  и  $\phi$ , число возможных адронных конечных состояний исчисляется десятками. Динамика большинства этих процессов исследована слабо. Для некоторых процессов экспериментальная информация отсутствует вообще. Поэтому для моделирования процессов  $e^+e^-$  аннигиляции в этой области хотелось бы иметь генератор событий, позволяющий легко менять физическую модель процесса, а также добавлять новые процессы.

Такой подход был реализован в генераторах EVA [31] и PNOKHARA [32, 33], предназначенных для моделирования рождения адронов в процессах с радиационным возвратом  $e^+e^- \rightarrow X\gamma$ , в которых фотон излучается начальным позитроном или электроном. В генераторе PNOKHARA лептонная ( $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma^*$ ) и адронная ( $\gamma^* \rightarrow hadrons$ ) части матричного элемента описываются в виде соответствующих тензоров, свертка которых осуществляется



внутри программы. Такой подход удобен потому, что адронный тензор выглядит, как правило, гораздо проще, чем его свертка с лептонным тензором. Это существенно упрощает программирование, позволяет легко модифицировать физическую модель процесса, легко добавлять новые процессы.

В данной работе подход, разработанный для генератора RHOKHARA, был применен к моделированию процессов  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны. В настоящее время в программу моделирования включены процессы рождения следующих конечных состояний:  $\pi^+\pi^-$ ,  $\pi^+\pi^-\pi^0$ ,  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ ,  $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ ,  $\pi^0\pi^0\gamma$  и  $\pi^+\pi^-\pi^0\eta$ . При написании программы особое внимание уделялось прозрачности кода для описания физической модели и возможности легко ее модифицировать.

## 2.2. Описание алгоритма моделирования

Сечение процесса  $e^+e^-$ -аннигиляции, в котором в конечном состоянии имеется  $n$  частиц, можно представить следующим образом

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{e_1} + p_{e_2} - p_{h_1} - \dots - p_{h_n}) |M|^2 \frac{1}{4I} \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_{h_i}}{(2\pi)^3 2E_{h_i}}, \quad (4)$$

где  $I = \sqrt{(p_{e_1} p_{e_2})^2 - m_e^4}$ ,  $p_{e_i}$  — импульсы начальных электрона и позитрона,  $m_e$  — масса электрона, а  $p_{h_i}$  и  $E_{h_i}$  — импульсы и энергии конечных частиц. Для процесса электрон-позитронной аннигиляции в адроны матричный элемент удобно представить в следующем виде

$$M = L^{\mu\nu} H_{\mu\nu}, \quad L^{\mu\nu} = J_e^\mu J_e^{\nu*}, \quad H^{\mu\nu} = 4\pi\alpha J_h^\mu J_h^{\nu*}. \quad (5)$$

В дальнейшем мы будем называть  $L^{\mu\nu}$  и  $H^{\mu\nu}$  лептонным и адронным тензорами, а  $J_e^\mu$  и  $J_h^\mu$  — лептонным и адронным токами соответственно. В борновском приближении лептонный тензор имеет вид

$$L^{\mu\nu} = \frac{4\pi\alpha}{s^2} (p_{e_1}^\mu p_{e_2}^\nu + p_{e_2}^\mu p_{e_1}^\nu - g^{\mu\nu} \frac{s}{2}) \quad (6)$$

где  $s = E^2$ .

Главной задачей первичного генератора событий методом Монте-Карло является генерация частиц с правильными распределениями по углам и энергиям. В этом смысле совсем необязательно, чтобы матричный элемент, используемый в генераторе, правильно описывал зависимость полного сечения от  $E$ . Современный уровень точности измерения сечений требует учета при моделировании вклада диаграмм более высоких порядков (радиационных поправок). В частности, генератор должен включать в себя генерацию дополнительных фотонов из начального состояния. Наличие таких фотонов искажает кинематику события и меняет эффективность регистрации. Для получения корректного энергетического спектра дополнительных фотонов, испущенных из начального состояния, нужно знать зависимость сечения процесса от энергии для всех энергий ниже той, при которой проводится моделирование. В генераторе предусмотрены два варианта моделирования радиационных поправок. В первом из них в программе используется генерация фотона с помощью программы RADCOR [34]. Зависимость сечения от энергии в этом случае задается самим пользователем. Во втором варианте фотон, излученный из начального состояния, генерируется в первичном генераторе и поэтому его энергетический спектр определяется зависимостью сечения от энергии пучков, заданной в самом генераторе. Второй вариант предусмотрен для моделирования процессов  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ ,  $\pi^+\pi^-\pi^0$ ,  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ ,  $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ ,  $\pi^0\pi^0\gamma$ . Подробнее про моделирование излучения из начального состояния написано ниже в разделе 2.8..

### 2.3. Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

Адронный ток для процесса  $\gamma^* \rightarrow \pi^+\pi^-$  выглядит следующим образом

$$J_{\pi^+\pi^-}^\mu = (p_{\pi_2}^\mu - p_{\pi_1}^\mu)F_{\pi^+\pi^-}(s). \quad (7)$$

$p_{\pi_1}^\mu$  и  $p_{\pi_2}^\mu$  — импульсы конечных  $\pi$ -мезонов,  $F_{\pi^+\pi^-}(s)$  — электромагнитный формфактор  $\pi$ -мезона. Параметризация формфактора взята из работы [35]. В этой статье значения параметров были получены при аппроксимации сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ , измеренного в области энергий от 0.61 до 0.96 ГэВ на детекторе КМД-2, следующей формулой:

$$F_{\pi^+\pi^-}(s) = \frac{BW_{\rho(770)}^{GS}(s)(1 + \delta \frac{s}{M_\omega^2} BW_\omega(s)) + \beta BW_{\rho(1450)}^{GS}(s)}{1 + \beta}. \quad (8)$$

Для описания вкладов  $\rho(770)$ -мезона и его возбужденного состояния  $\rho(1450)$  была применена параметризация Гунариса-Сакураи

$$BW_{M_\rho}^{GS}(s) = \frac{M_\rho^2(1 + d \cdot \Gamma_\rho/M_\rho)}{M_\rho^2 - s + f(s) - iM_\rho\Gamma_\rho(s)}, \quad (9)$$

$$f(s) = \Gamma_\rho \frac{M_\rho^2}{p_\pi^3(M_\rho^2)} [p_\pi^2(s)(h(s) - h(M_\rho^2)) + (M_\rho^2 - s)p_\pi^2(M_\rho^2) \frac{dh}{ds} \Big|_{s=M_\rho^2}], \quad (10)$$

$$h(s) = \frac{2}{\pi} \frac{p_\pi(s)}{\sqrt{s}} \ln \frac{\sqrt{s} + 2p_\pi(s)}{2m_\pi}, \quad p_\pi(s) = \frac{\sqrt{s - 4m_\pi^2}}{2}, \quad (11)$$

$$d = \frac{3}{\pi} \frac{m_\pi^2}{p_\pi^2(M_\rho^2)} \ln \frac{M_\rho + 2p_\pi(M_\rho^2)}{2m_\pi} + \frac{M_\rho}{2\pi p_\pi(M_\rho^2)} - \frac{m_\pi^2 M_\rho}{\pi p_\pi^3(M_\rho^2)}, \quad (12)$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{1}{2\pi s} + \frac{4m_\pi^2 \ln\left(\frac{\sqrt{s} + \sqrt{s - 4m_\pi^2}}{2m_\pi}\right)}{2\pi s^2 \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{s}}}. \quad (13)$$

Используя частичное разложение и то, что  $\pi$ -мезон рождается в  $P$ -волне, можно получить следующую зависимость ширины  $\rho$ -мезона от энергии:

$$\Gamma_\rho(s) = \Gamma_\rho \left[ \frac{p_\pi(s)}{p_\pi(M_\rho^2)} \right]^3 \left[ \frac{M_\rho^2}{s} \right]^{1/2}. \quad (14)$$

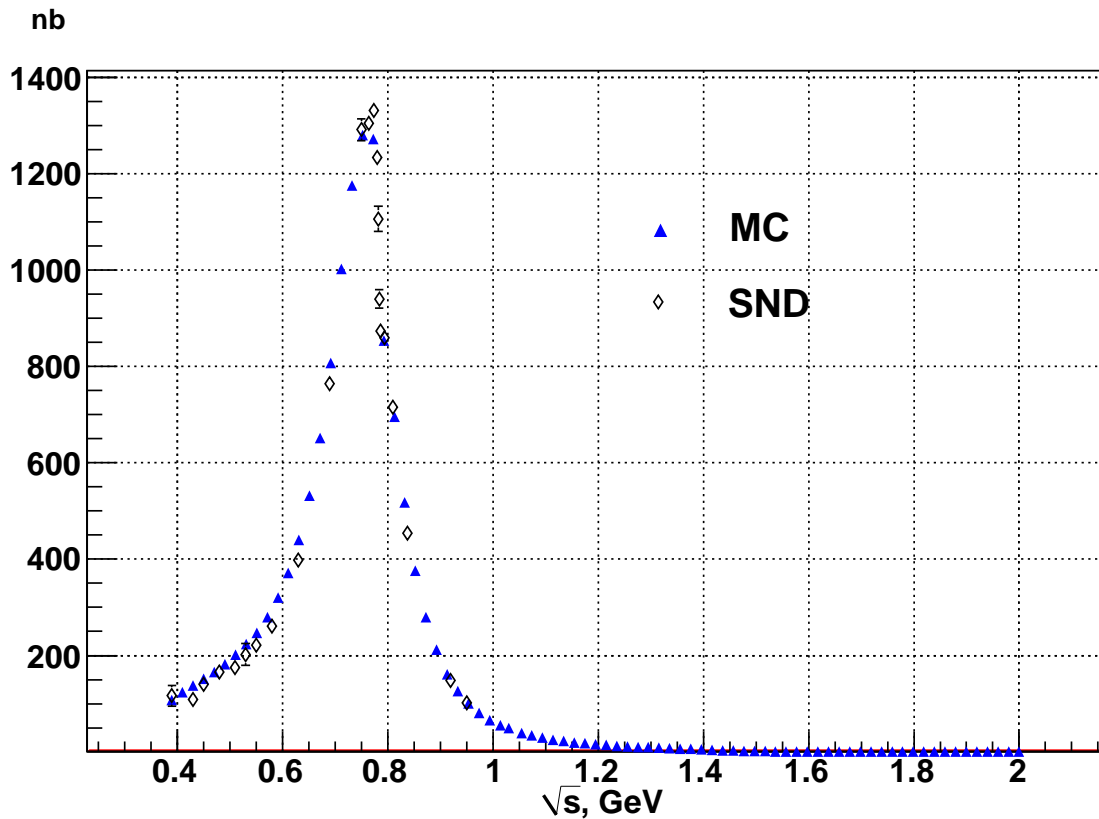


Рис. 9: Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ . Треугольниками показан результат моделирования. Ромбики — данные, полученные на детекторе СНД [36].

Вклад  $\omega$ -мезона описывался с помощью релятивистского обобщения формулы Брейта-Вигнера с постоянной шириной:

$$BW_\omega(s) = \frac{M_\omega^2}{M_\omega^2 - s - iM_\omega\Gamma_\omega}. \quad (15)$$

В генераторе используются следующие значения параметров:  $M_\rho=776.09$  МэВ,  $\Gamma_\rho=144.46$  МэВ,  $|\delta| = 1.57 \times 10^{-3}$ ,  $\arg \delta = 12.6^\circ$ ,  $\beta = -0.0695$ ,  $M_\omega = 782.71$  МэВ,  $\Gamma_\omega = 8.68$  МэВ,  $M_{\rho(1450)} = 1465$  МэВ,  $\Gamma_{\rho(1450)} = 310$  МэВ.

На рис. 9 и 10 показаны результаты расчета полного сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  по моделированию в сравнении с экспериментальными данными, полученными на детекторе СНД [36]. Видно неплохое согласие между экспериментальными данными и используемой моделью.

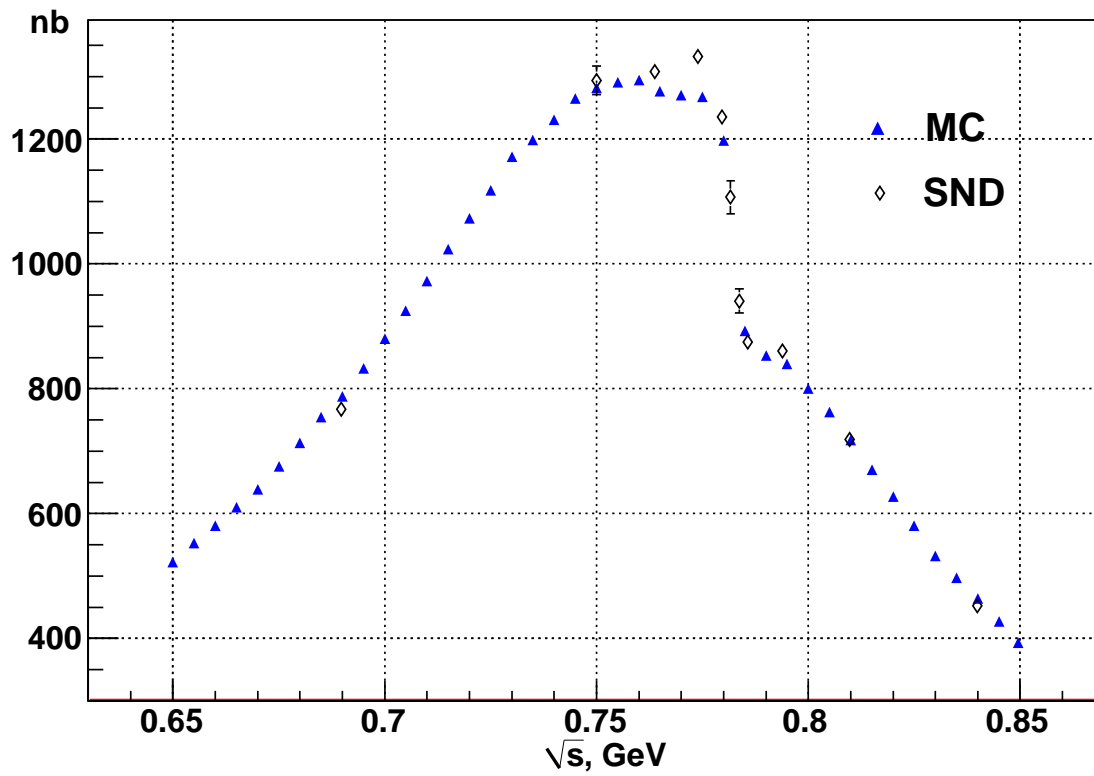


Рис. 10: Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  в области  $\rho - \omega$  интерференции. Треугольниками показан результат моделирования. Ромбики — данные, полученные на детекторе SND [36].

## 2.4. Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Адронный ток для процесса  $\gamma^* \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  имеет вид

$$J_{3\pi}^\mu = \epsilon^{\mu\nu\sigma\delta} p_{+,\nu} p_{-,\sigma} p_{0,\delta} F_{3\pi}(p_+, p_-, p_0), \quad (16)$$

где  $p_+$ ,  $p_-$  и  $p_0$  импульсы  $\pi^+$ -,  $\pi^-$ - и  $\pi^0$ -мезонов соответственно. Ввиду сохранения  $G$ -четности в сильном взаимодействии в амплитуде доминирует вклад векторных мезонов с изоспином ноль (рис. 11). Вклад  $\omega$ -,  $\phi$ -мезонов, а также их возбуждений учтен следующим образом [32]:

$$\begin{aligned} F_{3\pi}^{I=0}(p_+, p_-, p_0) &= H_{\rho(770)}(Q_+^2, Q_-^2, Q_0^2) [A \cdot BW_{\omega(782)}(Q^2) \\ &+ B \cdot BW_{\phi(1020)}(Q^2) + C \cdot BW_{\omega(1420)}(Q^2) + D \cdot BW_{\omega(1650)}(Q^2)] \\ &+ E \cdot BW_{\phi(1020)}(Q^2) \cdot H_{\rho(1450)}(Q_+^2, Q_-^2, Q_0^2) \\ &+ F \cdot BW_{\omega(1650)}(Q^2) \cdot H_{\rho(1700)}(Q_+^2, Q_-^2, Q_0^2). \quad (17) \end{aligned}$$

Свободные параметры определялись при аппроксимации экспериментальных данных по полному сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . Промежуточные состояния  $\rho(770)\pi$ ,  $\rho(1450)\pi$  и  $\rho(1700)\pi$  подбирались таким образом, чтобы при их минимальном количестве получить хорошее качество аппроксимации ( $\chi^2/ndf \sim 1$ ).

При энергии выше 1.1 ГэВ для процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  следует учитывать также нарушающую изотопическую инвариантность амплитуду, изображенную на рис. 12 [37]. Виртуальный фотон переходит в  $\rho$ -мезон, а он в свою очередь распадается на  $\omega$ - и  $\pi$ -мезоны. Далее за счет смешивания  $\omega$  переходит в  $\rho$ -мезон, который распадается на два  $\pi$ -мезона. При выводе приведенной ниже формулы использовался адронный ток для перехода  $\rho \rightarrow 4\pi$  с заменой изотопически разрешенного распада  $\omega \rightarrow 3\pi$  на изотопически за-

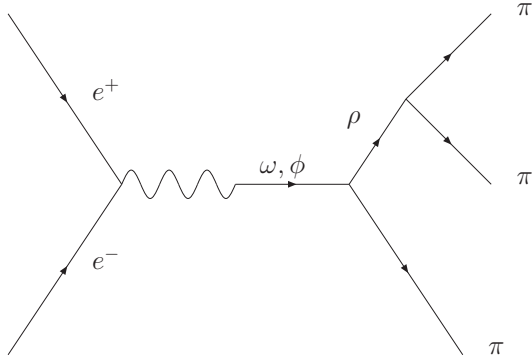


Рис. 11: Диаграмма для изоскалярной амплитуды процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

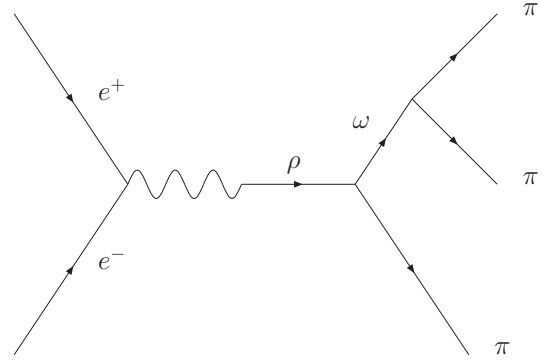


Рис. 12: Диаграмма для изовекторной амплитуды процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

прецессный распад  $\omega \rightarrow 2\pi$  [32]:

$$F_{3\pi}^{I=1}(p_+, p_-, p_0) = G_\omega \cdot BW_\omega(Q_0^2)/m_\omega^2 \left[ BW_{\rho(770)}(Q^2)/m_{\rho(770)}^2 + \sigma BW_{\rho(1700)}(Q^2)/m_{\rho(1700)}^2 \right], \quad (18)$$

где

$$G_\omega = \frac{1.55}{\sqrt{2}} \cdot 12.924 \text{ ГэВ}^{-1} \cdot 0.226 g_{\omega\pi\pi} m_\rho^2. \quad (19)$$

Функция  $H_\rho$  определена следующим образом

$$H_\rho(Q_+^2, Q_-^2, Q_0^2) = BW_\rho(Q_0^2) + BW_\rho(Q_+^2) + BW_\rho(Q_-^2), \quad (20)$$

$$Q_0^2 = (p_+ + p_-)^2, \quad Q_\pm^2 = (p_\mp + p_0)^2, \quad (21)$$

$$BW_V(Q^2) = \frac{m_V^2}{Q^2 - m_V^2 + i\Gamma_V m_V} \quad (22)$$

$$BW_\rho(Q_i^2) = \frac{m_\rho^2}{Q_i^2 - m_\rho^2 + i\sqrt{Q_i^2}\Gamma_\rho(Q_i^2, m_j, m_k)}, \quad (23)$$

где  $Q_i^2 = (p_j + p_k)^2$ , а  $m_j = m_{\pi_j}$ , где  $i, j, k = 0, \pm$ . Ширины для  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов, а так же для  $\rho$ -мезона в изовекторной части взяты постоянными.

Ширина  $\rho$ -мезона в изоскалярной части взята в виде:

$$\Gamma_\rho(Q_i^2, m_j, m_k) = \Gamma_\rho \frac{m_\rho^2}{Q_i^2} \left[ \frac{Q_i^2 - (m_j + m_k)^2}{m_\rho^2 - (m_j + m_k)^2} \right]^{3/2} \quad (24)$$

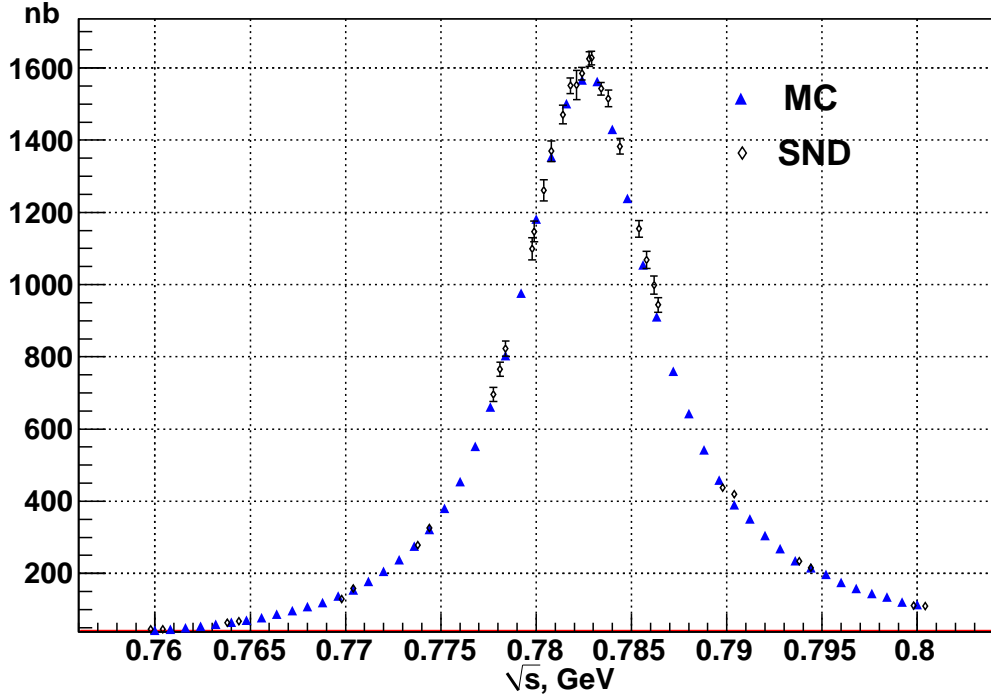


Рис. 13: Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  в области  $\omega$  мезона, треугольники — моделирование, ромбики — данные, полученные на детекторе СНД [38].

Полный формфактор дается когерентной суммой

$$F_{3\pi}(p_+, p_-, p_0) = F_{3\pi}^{I=0}(p_+, p_-, p_0) + F_{3\pi}^{I=1}(p_+, p_-, p_0) \quad (25)$$

В программе используются следующие значения параметров:  $A = 18.20$  ГэВ $^{-3}$ ,  $B = -0.87$  ГэВ $^{-3}$ ,  $C = -0.77$  ГэВ $^{-3}$ ,  $D = -1.12$  ГэВ $^{-3}$ ,  $E = -0.72$  ГэВ $^{-3}$ ,  $F = -0.59$  ГэВ $^{-3}$ ,  $m_{\omega(782)} = 782.4$  МэВ,  $\Gamma_{\omega(782)} = 8.69$  МэВ,  $m_{\phi(1020)} = 1019.24$  МэВ,  $\Gamma_{\phi(1020)} = 4.14$  МэВ,  $m_{\omega(1420)} = 1375$  МэВ,  $\Gamma_{\omega(1420)} = 250$  МэВ,  $m_{\omega(1650)} = 1631$  МэВ,  $\Gamma_{\omega(1650)} = 245$  МэВ,  $m_{\rho(770)} = 776.09$  МэВ,  $\Gamma_{\rho(770)} = 144.46$  МэВ,  $m_{\rho(1450)} = 1465$  МэВ,  $\Gamma_{\rho(1450)} = 310$  МэВ,  $m_{\rho(1700)} = 1700$  МэВ,  $\Gamma_{\rho(1700)} = 235$  МэВ,  $\sigma = -0.1$ ,  $g_{\omega\pi\pi} = 0.185(15)$

На рис. 13, 14 и 15 приведено сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , рассчитанное представленным в данной работе генератором. Расчет был произведен вблизи резонансов  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $\omega'$ ,  $\omega''$ . Для сравнения приведены эксперимен-



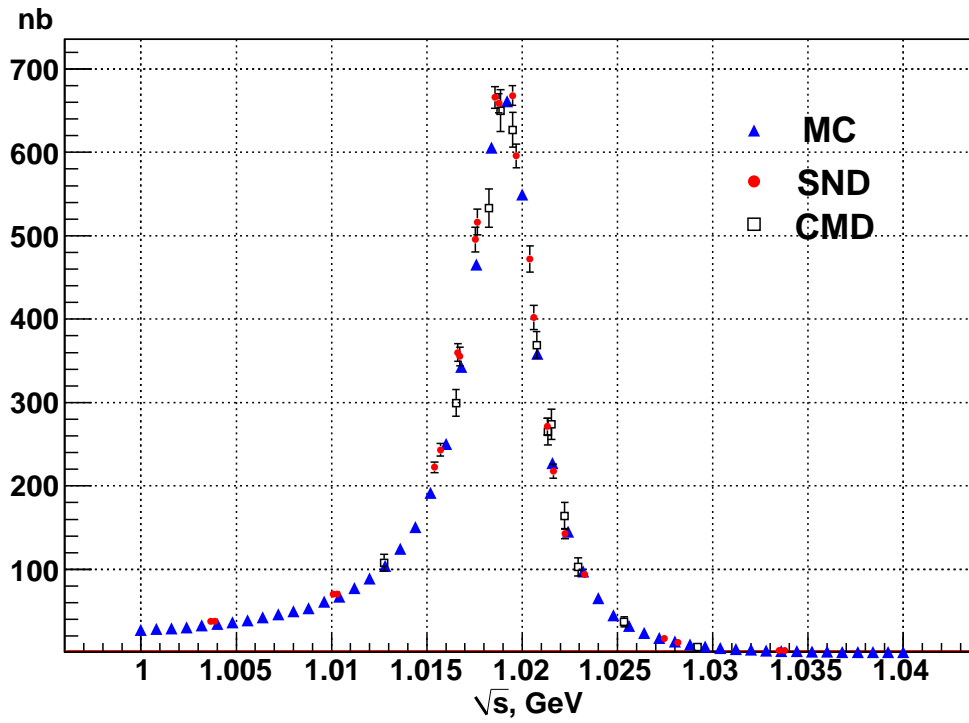


Рис. 14: Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  в области  $\phi$  мезона, треугольники — моделирование, кружки — данные, полученные на детекторе СНД [39], квадратики — данные, полученные на детекторе КМД-2 [40].

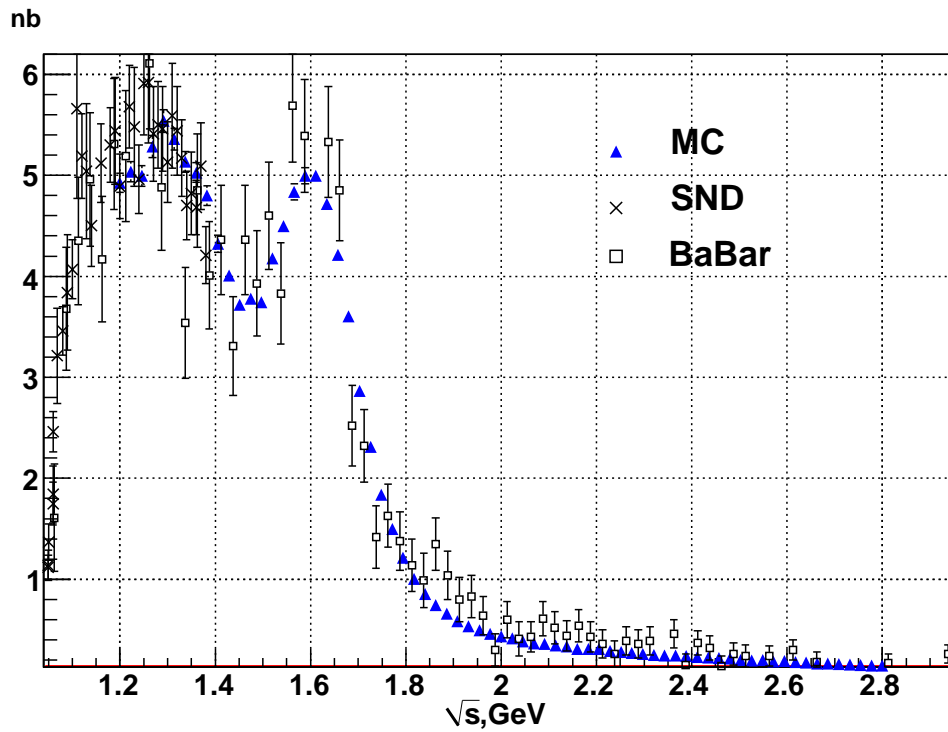


Рис. 15: Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  в области  $\omega'$  и  $\omega''$  мезонов, треугольники — моделирование, крестики — данные, полученные на детекторе СНД [39], квадратики — данные, полученные на детекторе BaBar [41].

тальные данные из работ [38–41]. Из приведенных рисунков следует, что при имеющемся на сегодняшний день уровне экспериментальной точности данный генератор неплохо описывает полное сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  до энергии 1.8 ГэВ.

## 2.5. Процессы $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ и

$$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$$

В амплитуде реакции  $\gamma^* \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  учтены вклады  $a_1\pi$ ,  $f_0\rho^0$ ,  $\omega\pi^0$  и  $\rho^+\rho^-$ :

$$J_{\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0}^\mu = J_{a_1}^\mu + J_{f_0}^\mu + J_\omega^\mu + J_\rho^\mu. \quad (26)$$

Используя следующее определение импульсов:  $p_1(\pi_0)$ ,  $p_2(\pi_0)$ ,  $p_3(\pi_-)$ ,  $p_4(\pi_+)$ , выражение для вклада  $a_1$  мезона можно записать в виде [33, 42]

$$\begin{aligned} J_{a_1}^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) &= \tilde{J}_{a_1}^\mu(p_3, p_2, p_1, p_4) + \tilde{J}_{a_1}^\mu(p_3, p_1, p_2, p_4) \\ &- \tilde{J}_{a_1}^\mu(p_4, p_2, p_1, p_3) - \tilde{J}_{a_1}^\mu(p_4, p_1, p_2, p_3). \end{aligned} \quad (27)$$

Предполагая, что массы пионов одинаковы ( $p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = p_4^2 = m_\pi^2$ ), можно получить следующее выражение для  $\tilde{J}_{a_1}^\mu$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{a_1}^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) &= \\ &C_{a_1} F_\rho(Q^2, \vec{\beta}^{a_1}) BW_{a_1}((Q - p_1)^2) BW_\rho((p_3 + p_4)^2) \\ &\left[ (p_3 - p_4)^\mu + p_1^\mu \frac{p_2(p_3 - p_4)}{(Q - p_1)^2} - Q^\mu \left( \frac{(p_1 + p_2)(p_3 - p_4)}{Q^2} + \frac{(Q p_1)(p_2(p_3 - p_4))}{Q^2(Q - p_1)^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

Вклад состояния  $f_0\rho^0$  дается следующим выражением [33, 42]

$$\begin{aligned} J_{f_0}^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) &= \\ C_{f_0} F_\rho(Q^2, \vec{\beta}^{f_0}) T_\rho((p_3 + p_4)^2) BW_{f_0}((p_1 + p_2)^2) &\left[ (p_3 - p_4)^\mu - Q^\mu \frac{Q(p_3 - p_4)}{Q^2} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Вклад состояния  $\omega\pi^0$  мезона описывается следующим выражением [33, 42]

$$J_\omega^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) = \tilde{J}_\omega^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) + \tilde{J}_\omega^\mu(p_2, p_1, p_3, p_4), \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_\omega^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) = & 2c_\omega g_{\omega\pi\rho} g_{\rho\pi\pi} F_\rho(Q^2, \vec{\beta}^\omega) BW_\omega((Q - p_1)^2) \\ & H_\rho((p_2 + p_3)^2, (p_2 + p_4)^2, (p_3 + p_4)^2) [q_2^\mu((p_1 p_4)(p_3 Q) - (p_1 p_3)(p_4 Q)) \\ & + q_3^\mu((p_1 p_2)(p_4 Q) - (p_1 p_4)(p_2 Q)) + q_4^\mu((p_1 p_3)(p_2 Q) - (p_1 p_2)(p_3 Q))], \end{aligned} \quad (31)$$

где  $g_{\omega\pi\rho} = 42.3 \text{ ГэВ}^{-5}$ ,  $g_{\rho\pi\pi} = 5.997$ .

$$F_1(p_1, p_2, p_3, p_4) = BW_{\rho,\omega}(Q^2, (Q - p_2)^2) [(p_3(Q - p_2))(p_2 p_4) - (p_4(Q - p_2))(p_2 p_3)], \quad (32)$$

Вклад состояния  $\rho^+\rho^-$  описывается формулой [33, 42]

$$\begin{aligned} J_\rho^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) = & c_\rho g_{\rho\pi\pi}^3 g_{\rho\gamma} BW^{\rho_0, \rho_1}(Q^2) (g_\nu^\mu - \frac{Q^\mu Q_\nu}{Q^2}) \\ & \{[(G_\rho^\nu(p_1, p_2, p_3, p_4) + G_\rho^\nu(p_4, p_1, p_2, p_3)) - (3 \leftrightarrow 4)] + [1 \leftrightarrow 2]\}, \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$G_\rho^\nu(p_1, p_2, p_3, p_4) = q_1^\mu BW^{\rho_0, \rho_1}((q_1 + q_3)^2) [BW^{\rho_0, \rho_1}((q_2 + q_4)^2) (Q + 2q_3)(q_2 - q_4) + 2] \quad (34)$$

и

$$BW^{\rho_0, \rho_1}(p^2) = BW_3(p^2, m_\rho, \Gamma_\rho) / m_\rho^2 - BW_3(p^2, m_{\rho_1}, \Gamma_{\rho_1}) / m_{\rho_1}^2. \quad (35)$$

Ниже определены пропэгаторы, которые требуются для определения ТОКОВ:

$$\begin{aligned} F_\rho(Q^2, \vec{\beta}) = & \frac{1}{1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3} [BW_3(Q^2, m_\rho, \Gamma_\rho) + \beta_1 BW_3(Q^2, \bar{m}_{\rho_1}, \bar{\Gamma}_{\rho_1}) \\ & + \beta_2 BW_3(Q^2, \bar{m}_{\rho_2}, \bar{\Gamma}_{\rho_2}) + \beta_3 BW_3(Q^2, \bar{m}_{\rho_3}, \bar{\Gamma}_{\rho_3})], \end{aligned} \quad (36)$$

где

$$BW_3(Q^2, m_\rho, \Gamma_\rho) = \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - Q^2 - i\Gamma_\rho m_\rho \sqrt{\frac{m_\rho^2}{Q^2} \left[ \frac{Q^2 - 4m_\pi^2}{m_\rho^2 - 4m_\pi^2} \right]^3}}. \quad (37)$$

Массы и ширины  $\bar{m}_{\rho_i}, \bar{\Gamma}_{\rho_i}$  в формуле для  $F_\rho(Q^2, \vec{\beta})$  были получены из подгонки экспериментальных данных. Их значения перечислены в таблице (2.5.). В остальных формулах использовались значения для масс и ширин приведенные в PDG [2] :  $m_\rho = 0.7755$  ГэВ,  $\Gamma_\rho = 0.1494$  ГэВ,  $m_{\rho_1} = 1.459$  ГэВ,  $\Gamma_{\rho_1} = 0.4$  ГэВ,  $m_{\rho_2} = 1.72$  ГэВ,  $\Gamma_{\rho_2} = 0.25$  ГэВ.

$\bar{m}_{\rho_1}$	1.437	$\bar{m}_{\rho_2}$	1.738	$\bar{m}_{\rho_i}$	2.12
$\bar{\Gamma}_{\rho_1}$	0.52	$\bar{\Gamma}_{\rho_2}$	0.45	$\bar{\Gamma}_{\rho_3}$	0.3
$\vec{\beta}_1^{\rightarrow a_1}$	-0.066	$\vec{\beta}_2^{\rightarrow a_1}$	-0.021	$\vec{\beta}_3^{\rightarrow a_1}$	-0.0043
$\vec{\beta}_1^{\rightarrow f_0}$	$710^4$	$\vec{\beta}_2^{\rightarrow f_0}$	$-2.510^3$	$\vec{\beta}_3^{\rightarrow f_0}$	$1.910^3$
$\vec{\beta}_1^{\rightarrow \omega}$	-0.33	$\vec{\beta}_2^{\rightarrow \omega}$	0.012	$\vec{\beta}_3^{\rightarrow \omega}$	-0.0053
$c_{a_1}$	-225	$c_{f_0}$	64	$c_\omega$	-1.47
$c_\rho$	-2.46				

$$T_\rho(Q^2) = \frac{BW_3(Q^2, m_\rho, \Gamma_\rho) + \bar{\beta}_1 BW_3(Q^2, m_{\rho_1}, \Gamma_{\rho_1}) + \bar{\beta}_2 BW_3(Q^2, m_{\rho_2}, \Gamma_{\rho_2})}{1 + \bar{\beta}_1 + \bar{\beta}_2}, \quad (38)$$

где  $\bar{\beta}_1 = 0.08, \bar{\beta}_2 = -0.0075$

$$BW_\rho(Q^2) = \frac{BW_3(Q^2, m_\rho, \Gamma_\rho) + \beta BW_3(Q^2, m_{\rho_1}, \Gamma_{\rho_1})}{1 + \beta}, \quad (39)$$

где  $\beta = -0.145$ .

$$BW_{a_1}(Q^2) = \frac{m_{a_1}^2}{m_{a_1}^2 - Q^2 - i\Gamma_{a_1} m_{a_1} \frac{g(Q^2)}{g(m_{a_1}^2)}}, \quad (40)$$

где [42, 43]

$$g(Q^2) = 1.623Q^2 + 10.38 - \frac{9.32}{Q^2} + \frac{0.65}{(Q^2)^2} \quad Q^2 > (m_\rho + m_\pi)^2,$$

$$g(Q^2) = 4.1(Q^2 - 9m_\pi^2)^3 [1 - 3.3(Q^2 - 9m_\pi^2) + 5.8(Q^2 - 9m_\pi^2)^2]$$

$$Q^2 < (m_\rho + m_\pi)^2, \quad (41)$$

и  $m_{a_1} = 1.23$  ГэВ,  $\Gamma_{a_1} = 0.2$  ГэВ.

$$BW_{f_0}(Q^2) = \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - Q^2 - i\Gamma_\rho m_\rho \sqrt{\frac{m_\rho^2}{Q^2} [\frac{Q^2 - 4m_\pi^2}{m_\rho^2 - 4m_\pi^2}]}}. \quad (42)$$

где  $m_{f_0} = 1.35$  ГэВ,  $\Gamma_{f_0} = 0.2$  ГэВ.

$$H_\rho(Q_1^2, Q_2^2, Q_3^2) = BW_3(Q_1^2, m_\rho, \Gamma_\rho) + BW_3(Q_2^2, m_\rho, \Gamma_\rho) + BW_3(Q_3^2, m_\rho, \Gamma_\rho). \quad (43)$$

$$BW_\omega(Q^2) = \frac{m_\omega^2}{m_\omega^2 - Q^2 - im_\omega \Gamma_\omega}, \quad (44)$$

$m_\omega = 0.78265$  ГэВ,  $\Gamma_\omega = 0.00849$  ГэВ

Используя изотопическую симметрию и пренебрегая радиационными поправками, можно получить следующее соотношение между токами для конечных состояний  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  и  $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$

$$J_{\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0}^\mu = J^\mu(p_1, p_2, p^+, p^-) \quad (45)$$

$$J_{\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-}^\mu = J^\mu(p_2^+, p_2^-, p_1^+, p_1^-) + J^\mu(p_1^+, p_2^-, p_2^+, p_1^-)$$

$$+ J^\mu(p_2^+, p_1^-, p_1^+, p_2^-) + J^\mu(p_1^+, p_1^-, p_2^+, p_2^-) \quad (46)$$

## 2.6. Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$

Используя калибровочную инвариантность можно показать, что адронный тензор для процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0(p_1)\pi^0(p_2)\gamma(k)$  имеет следующий вид [44]:

$$H_{\mu\nu}^{\pi^0\pi^0\gamma} = -T_{\mu\sigma} T_{\nu\delta}^* g^{\sigma\delta}, \quad (47)$$

где

$$T_{\mu\nu} = \frac{A_1}{E_b^2} L_{\mu\nu}^{(1)} + \frac{A_2}{E_b^4} L_{\mu\nu}^{(2)} + \frac{A_3}{E_b^4} L_{\mu\nu}^{(3)}, \quad (48)$$

$$L_{\mu\nu}^{(1)} = (k \cdot Q)g_{\mu\nu} - k_\mu Q_\nu, \quad Q = p_1 + p_2 + k, \quad q = \frac{1}{2}(p_1 - p_2),$$

$$L_{\mu\nu}^{(2)} = (k \cdot Q)q_\mu q_\nu - (k \cdot q)(k_\mu q_\nu + q_\mu Q_\nu) + (k \cdot q)^2 g_{\mu\nu},$$

$$L_{\mu\nu}^{(3)} = (k \cdot q)[Q^2 g_{\mu\nu} - Q_\mu Q_\nu] + q_\nu[(k \cdot Q)Q_\mu - Q^2 k_\mu]. \quad (49)$$

Безразмерные формфакторы  $A_i$  определяются конкретной динамической моделью,  $E_b$  — энергия начального электрона (позитрона).

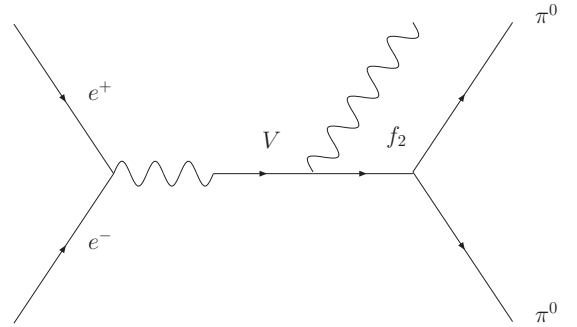
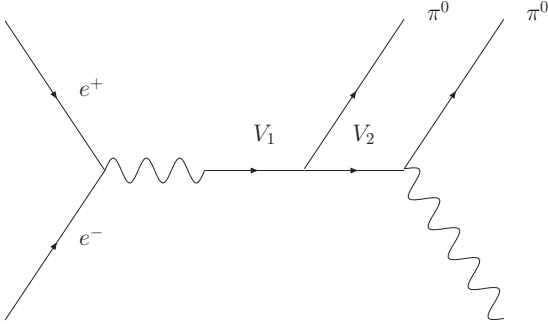


Рис. 16: Диаграмма для процесса  $e^+e^- \rightarrow V\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$

Рис. 17: Диаграмма для процесса  $e^+e^- \rightarrow f_2\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$

Основной вклад в сечение этого процесса в области энергии до 2 ГэВ дает процесс  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ . Согласно [44] для этого процесса выражения для  $A_i$  будут выглядеть следующим образом:

$$A_1 = -\frac{1}{4} \left( \frac{m_{\pi^0}^2}{E_b^2} - 1 + \frac{3}{2}x \right) [g_1(x_1) + g_1(x_2)] + \frac{1}{4}(x_1 - x_2)[g_1(x_1) - g_1(x_2)],$$

$$A_2 = \frac{1}{4}[g_1(x_1) + g_1(x_2)], \quad A_3 = -\frac{1}{8}[g_1(x_1) - g_1(x_2)], \quad (50)$$

где  $x = \omega/E_b$ ,  $x_i = E_i/E_b$  и

$$g_1(x) = \pi\alpha \frac{g_{\rho\omega\pi}g_{\omega\pi\gamma}}{g_\rho} \frac{1}{1-x+\gamma_\omega} \left( \frac{m_\rho^2}{D_\rho} + A_1 e^{i\phi_1} \frac{m_{\rho'}^2}{D_{\rho'}} + A_2 e^{i\phi_2} \frac{m_{\rho''}^2}{D_{\rho''}} + A_3 \frac{m_{\rho'''}^2}{D_{\rho'''}} \right), \quad (51)$$

где

$$\gamma_\omega = \frac{1}{Q^2}(m_{\pi^0}^2 - m_\omega^2 + i\sqrt{Q^2(1-x) + m_{\pi^0}^2}\Gamma_\omega), \quad (52)$$

$$D_{\rho_i} = Q^2 - m_{\rho_i}^2 + i\sqrt{s}\Gamma_{\rho_i}(Q). \quad (53)$$

Энергетическая зависимость ширины резонанса  $\rho(770)$  описывалась следующим образом:

$$\Gamma_\rho(Q^2) = \Gamma_\rho(m_\rho) \frac{m_\rho^2}{Q^2} \left( \frac{q_\pi(Q)}{q_\pi(m_\rho)} \right)^3 + \frac{g_{\rho\omega\pi}^2}{12\pi} q_\omega^3, \quad (54)$$

где

$$q_\pi(Q) = \sqrt{Q^2/4 - m_\pi^2}, \quad (55)$$

$m_\pi$  — масса заряженного  $\pi$  мезона. Для  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$  и  $\rho'''$  использовались ширины, не зависящие от энергии. Значения для параметров модели были получены при помощи аппроксимации данных, описанной в главе 4:  $g_{\rho\omega\pi} = 15.6 \text{ ГэВ}^{-1}$ ,  $g_\rho = 5.0$ ,  $g_{\omega\pi\gamma} = 2.32 \text{ ГэВ}^{-1}$ ,  $A_1 = 0.26$ ,  $A_2 = 0.060$ ,  $M_{\rho'} = 1491 \text{ МэВ}$ ,  $\Gamma_{\rho'} = 400 \text{ МэВ}$ ,  $M_{\rho''} = 1708 \text{ МэВ}$ ,  $\Gamma_{\rho''} = 250 \text{ МэВ}$ ,  $\phi_1 = 168^\circ$ ,  $\phi_2 = 10^\circ$ .

Численное значение для  $g_\rho$  было найдено из соотношения:

$$\frac{g_\rho^2}{4\pi} = \frac{\alpha}{3} \frac{m_\rho}{\Gamma(\rho \rightarrow e^+e^-)}. \quad (56)$$

Помимо механизма  $\omega\pi^0$  процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  может идти через промежуточное состояние  $\rho\pi^0$ . Кроме того, возможен вклад промежуточных состояний  $f_0(980)\gamma$ ,  $f_0(1350)\gamma$  или  $f_2(1270)\gamma$ . Эти процессы были добавлены в генератор. При этом энергетическая зависимость амплитуд этих процессов от полной энергии не учитывалась.

Выражения для  $A_i$  для процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  выглядят также, как и для  $\omega\pi^0$  (50), за исключением того, что функция  $g_1(x)$  выглядит следующим образом

$$g_1^{\rho\pi^0}(x) = \pi\alpha A_{\rho\pi^0} \frac{s}{m_{\pi\gamma}^2 - m_\rho^2 + im_{\pi\gamma}\Gamma_\rho(m_{\pi\gamma})}, \quad (57)$$



где

$$m_{\pi\gamma} = \sqrt{Q^2(1-x) + m_{\pi^0}^2}, \quad \Gamma_\rho(m_{\pi\gamma}) = \Gamma_\rho(m_\rho) \frac{m_\rho^2}{s} \left( \frac{q_\pi(m_{\pi\gamma})}{q_\pi(m_\rho)} \right)^3, \quad (58)$$

. Здесь  $A_{\rho\pi}$  — произвольный коэффициент, задаваемый пользователем.

Для процессов  $e^+e^- \rightarrow f_2\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow f_0\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  выражения для  $A_i$  выглядят следующим образом [45, 46]:

$$A_1^{f_2\gamma} = -\frac{2\alpha A_{f_2\gamma} q^2}{s} \left(1 - \frac{Q^2}{3M_f^2}\right) \frac{M_{f_2}^2}{(p_1 + p_2)^2 - M_{f_2}^2 + iM_{f_2}\Gamma_{f_2}}, \quad A_3^{f_2\gamma} = 0,$$

$$A_2^{f_2\gamma} = 4\alpha A_{f_2\gamma} \frac{M_{f_2}^2}{(p_1 + p_2)^2 - M_{f_2}^2 + iM_{f_2}\Gamma_{f_2}}. \quad (59)$$

и

$$A_1^{f_0\gamma} = \alpha A_{f_0\gamma} \frac{M_{f_0}^2}{(p_1 + p_2)^2 - M_{f_0}^2 + iM_{f_0}\Gamma_{f_0}}, \quad A_2^{f_0\gamma} = A_3^{f_0\gamma} = 0. \quad (60)$$

Константы  $A_{f_0\gamma}$  и  $A_{f_2\gamma}$ , а так же массы и ширины  $M_{f_2}$ ,  $\Gamma_{f_2}M_{f_0}$  и  $\Gamma_{f_0}$  задаются пользователем перед началом моделирования.

## 2.7. Процессы $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$ и

$$e^+e^- \rightarrow \phi\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$$

Адронные токи для процессов  $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$  и  $e^+e^- \rightarrow \phi\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$  могут быть записаны по аналогии с током использованным для описания процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ . Это возможно благодаря тому, что  $\eta$ - и  $\pi^0$ -мезоны — псевдоскаляры, имеющие одинаковую зарядовую четность.

Адронный ток для процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$  был определен в программе с точностью до постоянного множителя и выглядит следующим

образом

$$\begin{aligned}
& J_{\omega\eta}^{\mu}(p_{\eta}, p_{\pi^+}, p_{\pi^-}, p_{\pi^0}) = BW_{\rho'}(Q^2)BW_{\omega}((Q - p_{\eta})^2) \\
& H_{\rho}((p_{\pi^+} + p_{\pi^-})^2, (p_{\pi^+} + p_{\pi^0})^2, (p_{\pi^-} + p_{\pi^0})^2)[p_{\pi^+}^{\mu}((p_{\eta}p_{\pi^0})(p_{\pi^-}Q) - (p_{\eta}p_{\pi^-})(p_{\pi^0}Q)) \\
& + p_{\pi^-}^{\mu}((p_{\eta}p_{\pi^+})(p_{\pi^0}Q) - (p_{\eta}p_{\pi^0})(p_{\pi^+}Q)) + p_{\pi^0}^{\mu}((p_{\eta}p_{\pi^-})(p_{\pi^+}Q) - (p_{\eta}p_{\pi^+})(p_{\pi^-}Q))] \quad (61)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
Q &= p_{\eta} + p_{\pi^+} + p_{\pi^-} + p_{\pi^0}, \quad BW_{\omega}(Q^2) = \frac{m_{\omega}^2}{m_{\omega}^2 - Q^2 - im_{\omega}\Gamma_{\omega}}, \\
BW_{\rho'}(Q^2) &= \frac{m_{\rho'}^2}{m_{\rho'}^2 - Q^2 - i\Gamma_{\rho'}m_{\rho'}\sqrt{\frac{m_{\rho'}^2}{Q^2}[\frac{Q^2 - 4m_{\pi}^2}{m_{\rho'}^2 - 4m_{\pi}^2}]^3}} \quad (62)
\end{aligned}$$

Для того, чтобы получить ток для процесса  $e^+e^- \rightarrow \phi\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$  нужно заменить  $BW_{\omega}((Q - p_{\eta})^2)$  на  $BW_{\phi}((Q - p_{\eta})^2)$ , то есть поменять массу и ширину в функции Брейта-Вигнера.

## 2.8. Радиационные поправки

Предыдущие разделы описывали вычисление сечения реакций в борновском приближении. Точность борновского приближения даже в случае медленно меняющихся сечений не превышает, как правило, 10% и не является достаточной для описания экспериментальных данных. Для того чтобы генератор адекватно воспроизводил энергетическое поведение сечения, а также угловые и импульсные распределения конечных частиц, он должен моделировать излучение дополнительных фотонов из начального состояния. Излучение приводит к так называемому «сбросу на резонанс». Если в полном сечении при меньшей энергии имеются резонансные пики, то становится выгодным излучение фотонов с такой энергией, чтобы инвариантная масса электрона и позитрона после излучения была близка к массе этого резонанса.

Моделирование радиационных поправок проводится методом структурных функций [47, 48]. В режиме с включенными радиационными поправками в каждом событии излучается два фотона, один электроном, другой позитроном. Энергия каждого фотона разыгрывается согласно распределению:

$$d\sigma = \int \frac{dE_-}{E_b} \frac{dE_+}{E_b} F(E_b, E_-) F(E_b, E_+) (1 + \delta_N^{(s)}) \sigma(E^*), \quad (63)$$

где  $E^* = \sqrt{E_- E_+}$  — энергия излучивших электрона или позитрона в их системе центра масс,  $E_+$ ,  $E_-$  и  $E_b$  — энергии излучивших электрона и позитрона и энергия начальных пучков соответственно.

$$\begin{aligned} F(E_b, E_{\pm}) &= \frac{1}{2} \beta(E_b) \left(1 - \frac{E_{\pm}}{E_b}\right)^{\frac{1}{2} \beta(E_b) - 1} \left[ \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{E_{\pm}}{E_b}\right)^2\right) \right. \\ &+ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_{\pm}}{E_b}\right)^2 \frac{1}{\ln(s/m_e^2) - 1} \\ &\left. + \frac{\beta(E_b)}{8} \left[ -\frac{1}{2} \left(1 + 3 \left(\frac{E_{\pm}}{E_b}\right)^2\right) \ln\left(\frac{E_{\pm}}{E_b}\right) - \left(1 - \frac{E_{\pm}}{E_b}\right)^2 \right] \right] \end{aligned} \quad (64)$$

$$\delta_N^{(s)} = \frac{3}{4} \beta(E_b) + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \frac{\pi^2 \beta^2}{8} + \pi^2 L^2, \quad (65)$$

где  $\beta = \frac{2\alpha}{\pi} (\ln \frac{s}{m_e^2} - 1)$ .

Угловое распределение разыгрывается согласно формуле Боне-Мартина [49, 50]:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} \sim \frac{\sin^2\theta - \frac{x^2 \sin^4\theta}{2(x^2 - 2x + 2)} - \frac{m_e^2 (1-2x) \sin^2\theta - x^2 \cos^4\theta}{E_b^2 (x^2 - 2x + 2)}}{\left(\sin^2\theta + \frac{m_e^2}{E_b^2} \cos^2\theta\right)^2}. \quad (66)$$

В результате излучения фотонов меняется энергия начальных электрона и позитрона. Этот эффект в генераторе учтен следующим образом. Событие генерируется в системе центра масс электрона и позитрона, излучивших фотоны, с модифицированной энергией  $E' = \sqrt{Q^2}/2$ , где  $Q = p_1 + p_2 - k_1 - k_2$ , а  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $k_1$  и  $k_2$  — 4-х импульсы электрона, позитрона и двух фотонов. Затем все конечные адроны преобразованием Лоренца переводятся в систему

центра масс начальных электрона и позитрона. Излучившиеся фотоны добавляются к списку конечных частиц.

Как уже отмечалось выше, радиационные поправки сильно влияют на полное сечение процесса и на его дифференциальные распределения. На рис. 18 приведено полное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , вычисленное в области  $\phi$  мезона с учетом радиационных поправок и без. Из-за излучения дополнительных фотонов электрон-позитронная пара аннигилирует при меньшей энергии, чем энергия в системе центра масс. Это приводит к тому, что сечение в максимуме резонанса уменьшается (около 25% в случае  $\phi$ -мезона). Для энергий находящихя выше резонанса учет радиационных поправок приводит к значительному росту сечения. На рис. 19 приведено распределение по инвариантной массе трех  $\pi$ -мезонов для событий реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0(\gamma)$  при  $E = 2$  ГэВ. Видно, что лишь небольшая часть событий находится в пике при массе равной 2 ГэВ.

## 2.9. Интегрирование по фазовому объему

Для генерации импульсов двух-, трех- и четырехчастичных состояний используются подпрограммы Gen2part, Gen3part и Gen4part соответственно. Для описания трехчастичного фазового объема использовано следующие выражение:

$$\int \frac{d^3p_{h_1}}{2E_{h_1}} \frac{d^3p_{h_2}}{2E_{h_2}} \frac{d^3p_{h_3}}{2E_{h_3}} \delta^{(4)}(p_{e_1} + p_{e_2} - p_{h_1} - p_{h_2} - p_{h_3}) = \frac{1}{32s} \int ds_1 ds_2 d\Omega_1 d\phi_3, \quad (67)$$

где  $s_1 = (p_{h_1} + p_{h_2})^2$ ,  $s_2 = (p_{h_2} + p_{h_3})^2$ , телесный угол  $\Omega_1$  описывает ориентацию  $p_1$  в системе центра масс,  $\phi_3$  описывает вращение полной конфигурации импульсов относительно некоторой оси. Переменные интегрирования меня-

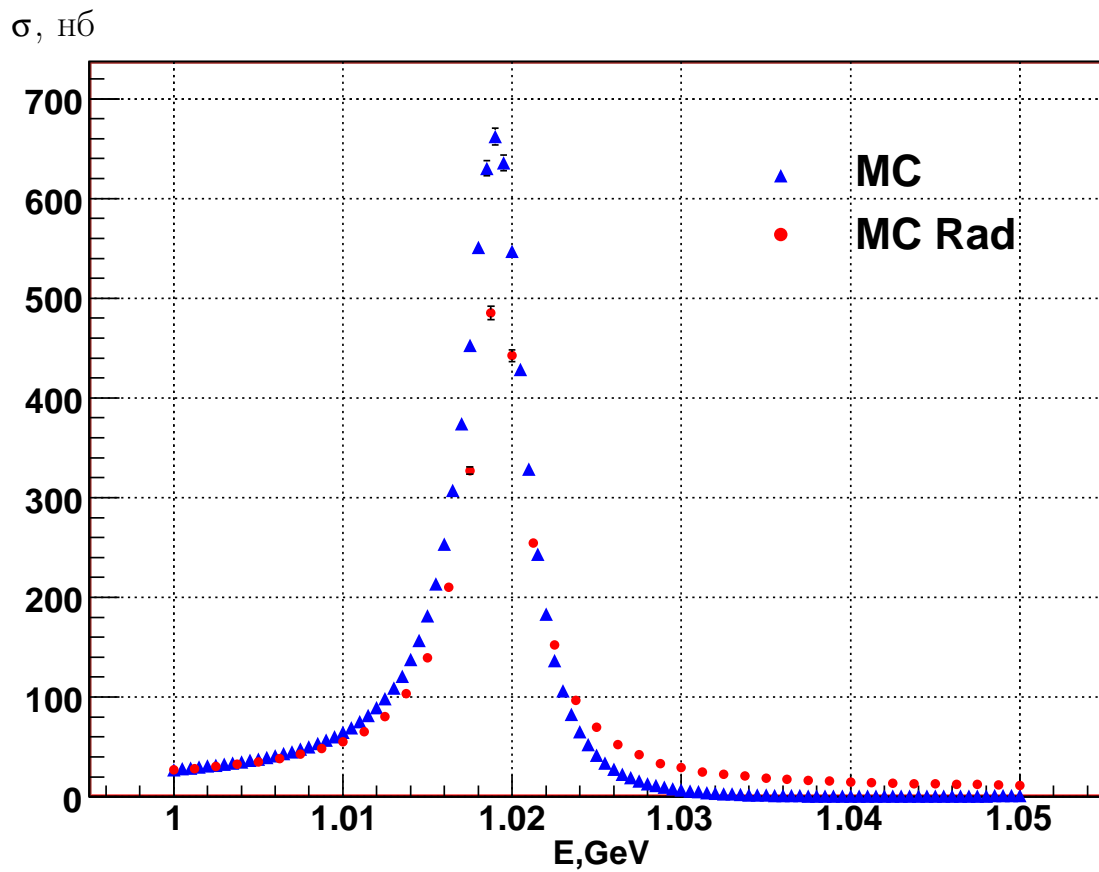


Рис. 18: Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , треугольники — моделирование без учета радиационных поправок, кружки — моделирование с учетом радиационных поправок.

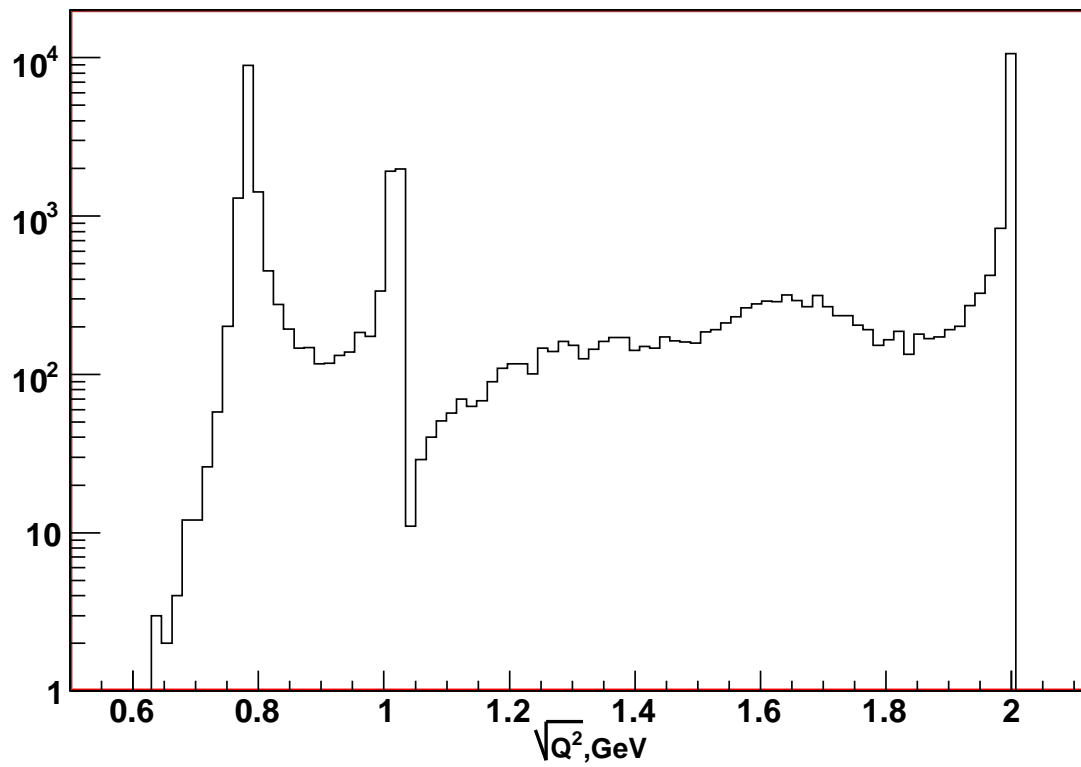


Рис. 19: Распределение по инвариантной массе трех  $\pi$ -мезонов в процессе  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0(\gamma)$ . Энергия пучков  $E = 2$  ГэВ.

ются в следующих пределах:

$$s_{2,min} = (m_2 + m_3)^2, \quad s_{2,max} = (\sqrt{s} + m_1)^2, \quad (68)$$

$$s_{1,min} = m_1^2 + m_2^2 - \frac{1}{2s_2} [(s_2 - s + m_1^2)(s_2 + m_2^2 - m_3^2) - \lambda^{1/2}(s_2, s, m_1^2)\lambda^{1/2}(s_2, m_2^2, m_3^2)], \quad (69)$$

$$s_{1,max} = m_1^2 + m_2^2 - \frac{1}{2s_2} [(s_2 - s + m_1^2)(s_2 + m_2^2 - m_3^2) + \lambda^{1/2}(s_2, s, m_1^2)\lambda^{1/2}(s_2, m_2^2, m_3^2)], \quad (70)$$

где  $\lambda(x, y, z) = (x - y - z)^2 - 4yz$ ,  $m_i$  — масса соответствующей частицы.

Четырехчастичный фазовый объем параметризован следующим образом

$$\int \frac{d^3p_{h_1}}{2E_{h_1}} \frac{d^3p_{h_2}}{2E_{h_2}} \frac{d^3p_{h_3}}{2E_{h_3}} \frac{d^3p_{h_4}}{2E_{h_4}} \delta^{(4)}(p_{e_1} + p_{e_2} - p_{h_1} - p_{h_2} - p_{h_3} - p_{h_4}) = \int \frac{P_4 P_3 P_2}{2^4 M_4} dM_3 d\Omega_3 dM_2 d\Omega_2 d\Omega_1. \quad (71)$$

где  $M_4 = 2E_b$ ,  $M_3 = \sqrt{(p_1 + p_2 + p_3)^2}$ ,  $M_2 = \sqrt{(p_1 + p_2)^2}$ .  $P_4$ ,  $P_3$  и  $P_2$  импульсы 4, 3 и 2 частиц в системе покоя 1-4, 1-3, 1-2 частиц соответственно. Пределы интегрирования  $M_3$  и  $M_2$  даются выражениями

$$M_{3,min} = m_1 + m_2 + m_3 \quad M_{3,max} = M_4 - m_4, \quad (72)$$

$$M_{2,min} = m_1 + m_2 \quad M_{2,max} = M_3 - m_3. \quad (73)$$

Следует отметить, что для таких промежуточных состояний, как  $\omega\pi^0$ ,  $\omega\eta$ ,  $\phi\eta$ , в которых имеются относительно узкие резонансы, генерация конечных частиц по фазовому объему является неэффективной. Эффективность может быть легко повышена с использованием метода выборки по значимости, как, например, сделано в генераторе PHOKHARA [51] при моделировании конечного состояния  $\omega\pi^0$ . Такой подход требует собственного кода

подпрограммы генерации частиц для каждого процесса. С другой стороны, при моделировании на современных компьютерах можно пожертвовать быстродействием алгоритма моделирования ради простоты кода и возможности использования одной и той же подпрограммы для различных процессов. Именно этот подход используется в описываемом пакете программ моделирования.

## Глава 3. Изучение процесса

$$e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$$

### 4.1. Измерение светимости

Для нормировки (определения светимости) в данной работе использован процесс

$$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma, \tag{74}$$

который также как и изучаемый процесс не содержит заряженных частиц в конечном состоянии. Условия отбора событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  были выбраны так, чтобы в результате нормировки ряд неопределенностей при определении сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  сокращался. Например, при отборе пятифотонных событий мы требуем отсутствие в событии заряженного трека. Это требование приводит к потере событий, содержащих фоновый трек в дрейфовой камере. Фоновые треки возникают главным образом из-за наложения события пучкового фона на полезное событие. Вероятность такой потери составляет 6–12% процентов и сильно зависит от условий проведения эксперимента (вакуума в кольце коллайдера, орбиты пучка, ...). Поскольку для отбора событий нормировочного процесса мы используем такое же усло-



вие, систематика, связанная с наложениями пучкового фона, сокращаемся. Кроме того, события изучаемого и нормировочного процесса, отбираются одним и тем же аппаратным первичным триггером, который требует, чтобы полное энерговыделение в калориметре превышало порог равный приблизительно 400 МэВ. В результате нормировки, систематика, связанная с аппаратным отбором, также сокращается.

Для выделения событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  были использованы следующие условия отбора:

- найдены два или более фотонов и ни одной заряженной частицы;
- число сработавших проволочек в дрейфовой камере меньше либо равно пяти;
- энергии двух наиболее энергичных фотонов лежат в интервале от  $0.6 E_b$  до  $1.5 E_b$ ;
- азимутальные углы для этих фотонов удовлетворяют условию  $|\phi_1 - \phi_2| - 180^\circ < 11.5^\circ$ ;
- полярные углы для них удовлетворяют условиям  $|\theta_1 + \theta_2 - 180^\circ| < 17.2^\circ$  и  $36^\circ < \theta_{1,2} < 144^\circ$ .

Условие на количество сработавших проволочек направлено на подавление физического фона от событий с заряженными частицами в конечном состоянии, в данном случае, событий упругого  $e^+e^-$  рассеяния, в котором треки заряженных частиц не были восстановлены, например, из-за наложения пучкового фона, или фона от космических частиц.

Для определения числа фоновых космических событий использовались данные, записанные в отсутствие пучков в коллайдере. Из приблизительно

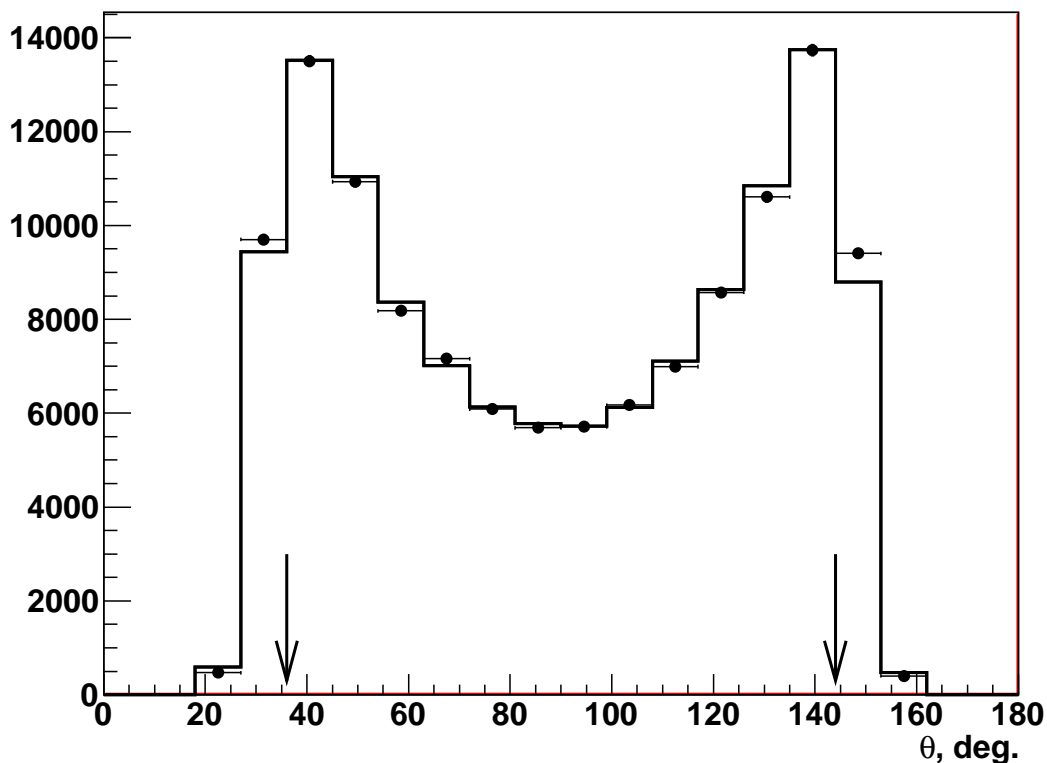


Рис. 20: Распределение по полярному углу двух наиболее энергичных фотонов для энергии  $E = 1.5$  ГэВ. Точки с ошибками — экспериментальные данные, гистограмма — моделирование. Стрелки показывают границы условия отбора по этому параметру.

3.5 миллионов событий, записанных в течение 7.5 часов, ни одно событие не прошло описанные выше условия отбора. Это означает, что во время экспериментов 2010–2011 годов космический фон не превышал уровень  $10^{-3}$  от числа отобранных для измерения светимости событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ .

Для вычисления эффективности регистрации и сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  был использован генератор событий методом Монте-Карло, основанный на работе [52]. В этой работе сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  вычислено с точностью до членов порядка  $\alpha^3$  включительно, что соответствует точности вычисления сечения  $\sim 1\%$ .

Возможные расхождения между экспериментальными и моделирован-

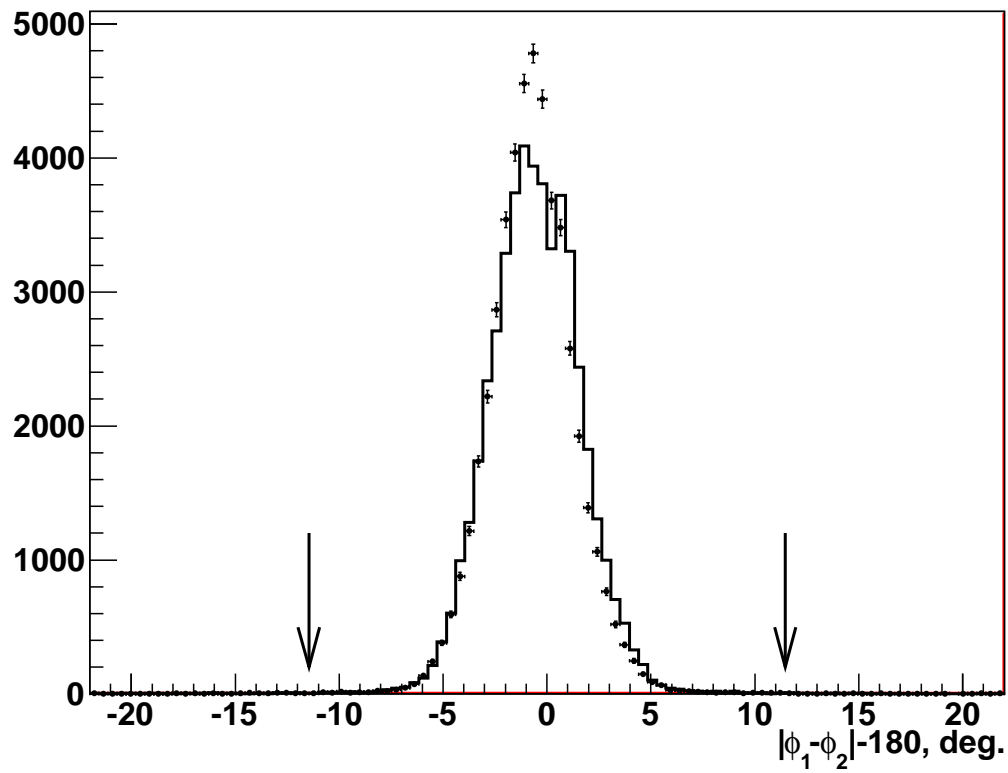


Рис. 21: Распределение по параметру  $|\phi_1 - \phi_2| - 180^\circ$  для энергии  $E = 1.5$  ГэВ. Точки с ошибками — экспериментальные данные, гистограмма — моделирование. Стрелки показывают границы условия отбора по этому параметру.

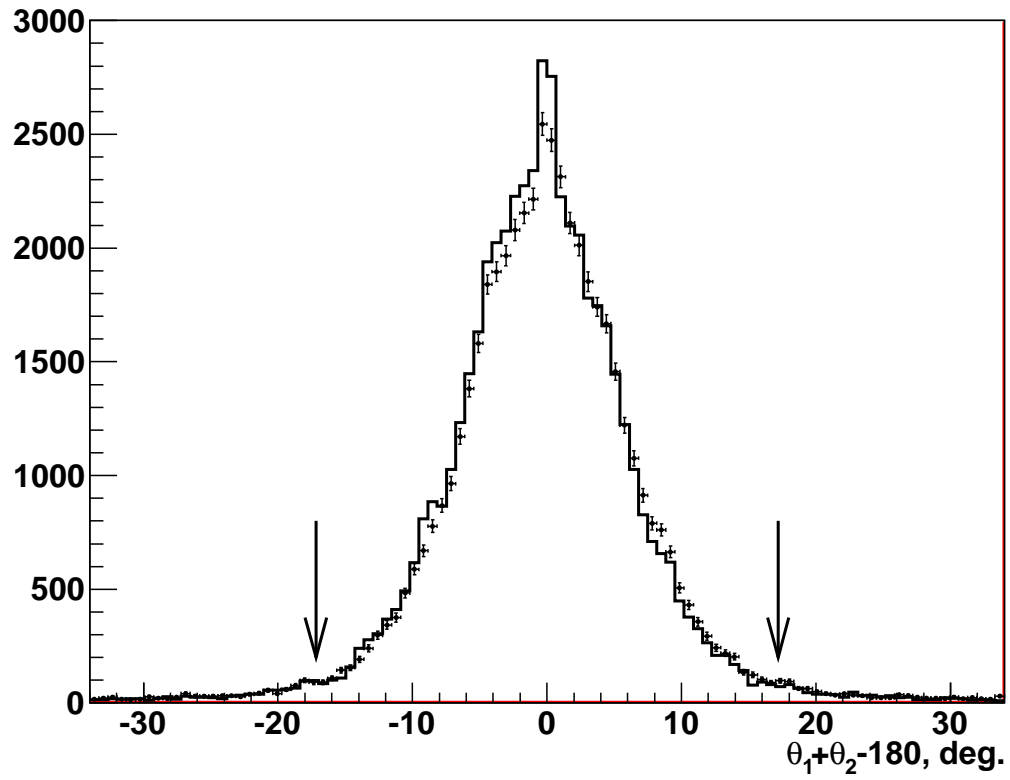


Рис. 22: Распределение по параметру  $\theta_1 + \theta_2 - 180^\circ$  для энергии  $E = 1.5$  ГэВ. Точки с ошибками — экспериментальные данные, гистограмма — моделирование. Стрелки показывают границы условия отбора по этому параметру.

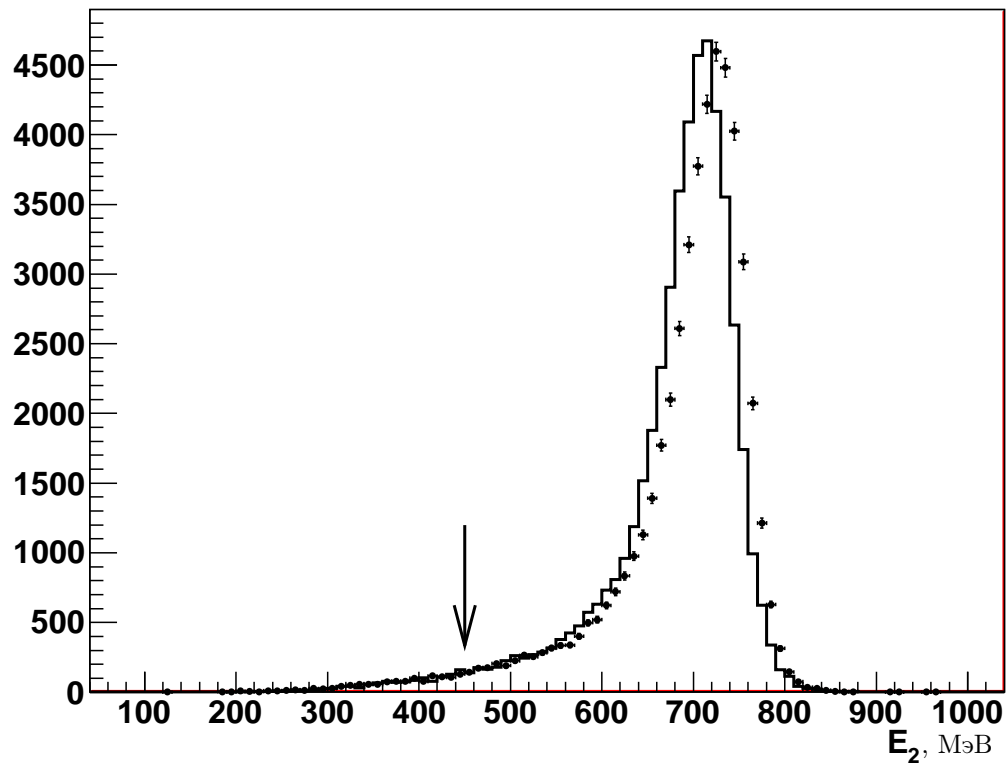


Рис. 23: Распределение по параметру  $E_2$  для энергии  $E = 1.5$  ГэВ.  $E_2$  — это энергия второго фотона в списке фотонов, отсортированных по убыванию энергии. Точки с ошибками — экспериментальные данные, гистограмма — моделирование. Стрелки показывают границы условия отбора по этому параметру.

ными распределениями по параметрам, используемым для отбора событий, могут приводить к систематическому сдвигу эффективности регистрации, определенной по моделированию. Для оценки систематической неопределенности, связанной с угловыми и энергетическими ограничениями, поочередно отбрасывались условия отбора на углы и энергии двух наиболее энергичных фотонов. Изменение светимости при отбрасывании одного из условий отбора использовалось в качестве оценки систематической неопределенности. С помощью такой процедуры систематическая неопределенность, связанная с вычислением эффективности регистрации, была оценена для разных точек по энергии. Она не превышает 1.5%. Наибольший вклад в неопределенность дает условие отбора на углы двух наиболее энергичных фотонов  $36^\circ < \theta_{1,2} < 144^\circ$ . Итоговая систематическая погрешность измерения светимости составляет 2%.

Для иллюстрации на рисунках 20–23 показаны распределения по угловым и энергетическим параметрам для двух наиболее энергичных фотонов в событии для событий моделирования процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  и для отобранных экспериментальных событий с  $E = 1.5$  ГэВ.

Интегральная светимость для различных точек по энергии приведена в таблице 2.

## 4.2. Условия отбора событий изучаемого процесса

Для выделения событий изучаемого процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  были использованы следующие условия отбора:

- найдены пять или более фотонов и ни одной заряженной частицы;
- число сработавших проволочек в дрейфовой камере меньше либо равно пяти;

- $\chi_{5\gamma}^2 < 30$  для  $E < 1.7$  ГэВ и  $\chi_{5\gamma}^2 < 15$  для  $E \geq 1.7$  ГэВ;
- $\chi_{\pi^0\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2 < 10$ ;
- хотя бы одна из двух инвариантных масс системы  $\pi^0\gamma$  удовлетворяет условию  $|m_{\pi^0\gamma} - m_\omega| < 200$  МэВ, где  $m_\omega$  — табличное значение массы  $\omega$ -мезона [2].

Здесь  $\chi_{5\gamma}^2$  и  $\chi_{\pi^0\pi^0\gamma}^2$  — значения функции  $\chi^2$ , полученные в результате процедуры кинематической реконструкции событий, которая проверяет совместимость кинематики зарегистрированного события с кинематикой процессов  $e^+e^- \rightarrow 5\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  соответственно. В гипотезе  $e^+e^- \rightarrow 5\gamma$  в качестве ограничивающих используются 4 условия сохранения полных энергии и импульса в событии. В гипотезе  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  добавляются два условия, что инвариантные массы двух пар фотонов равны массе  $\pi^0$ -мезона. При кинематической реконструкции перебираются все возможные комбинации пар фотонов, кандидатов в  $\pi^0$ -мезоны. В качестве окончательной выбирается комбинация с минимальным значением параметра  $\chi_{\pi^0\pi^0\gamma}^2$ . Если фотонов в событии больше пяти, то перебор проводится также по всем возможным пятифотонным комбинациям. Среди пятифотонных комбинаций также выбирается комбинация с минимальным значением  $\chi_{\pi^0\pi^0\gamma}^2$ .

Для событий с  $E \geq 1.7$  ГэВ установлено более строгое ограничение на  $\chi_{5\gamma}^2$ . Это связано с тем, что выше 1.7 ГэВ борновское сечение изучаемого процесса становится малым, и видимое сечение в значительной степени определяется «сбросом» в область более низких энергий за счет излучения жесткого фотона из начального состояния. Возникает дополнительный источник систематической неопределенности в измерении борновского сечения, связанный с вычислением радиационной поправки. Излучение жесткого фотона из начального состояния меняет кинематику пятифотонного события.

Поэтому более строгое условие на  $\chi_{5\gamma}^2$  позволяет частично подавить вклад событий с радиационным сбросом и, следовательно, уменьшить радиационную поправку и связанную с ней систематическую неопределенность.

После применения описанных выше условий было отобрано 7899 событий с  $E < 1.7$  ГэВ и 331 событие с  $E \geq 1.7$  ГэВ. На рисунках 24 и 25 показаны распределения по инвариантной массе системы  $\pi^0\gamma$ , полученные для этих интервалов по энергии. Пик от  $\omega$  мезона хорошо виден в обоих распределениях. Так как при заполнении гистограммы использовались обе комбинации  $\pi^0\gamma$  в событиях, нерезонансная часть распределения также определяется в основном событиями изучаемого процесса.

### 4.3. Фоновые процессы

Источниками фона для изучаемого процесса являются электродинамические процессы:

$$e^+e^- \rightarrow 3\gamma, 4\gamma, 5\gamma \quad (75)$$

с дополнительными фотонами от пучкового фона и/или от расщепления электромагнитного ливня в калориметре, и процессы с адронами:

$$e^+e^- \rightarrow \eta\gamma \quad (76)$$

с распадами  $\eta$ -мезона в конечные состояния  $2\gamma$  или  $3\pi^0$ ,

$$e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0 \quad (77)$$

с распадом  $\omega$ -мезона в  $\pi^0\gamma$  и

$$e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma \quad (78)$$

с всевозможными промежуточными состояниями отличными от  $\omega\pi^0$ . Сечения процессов (75,76) падают с энергией, поэтому фон от них наиболее су-



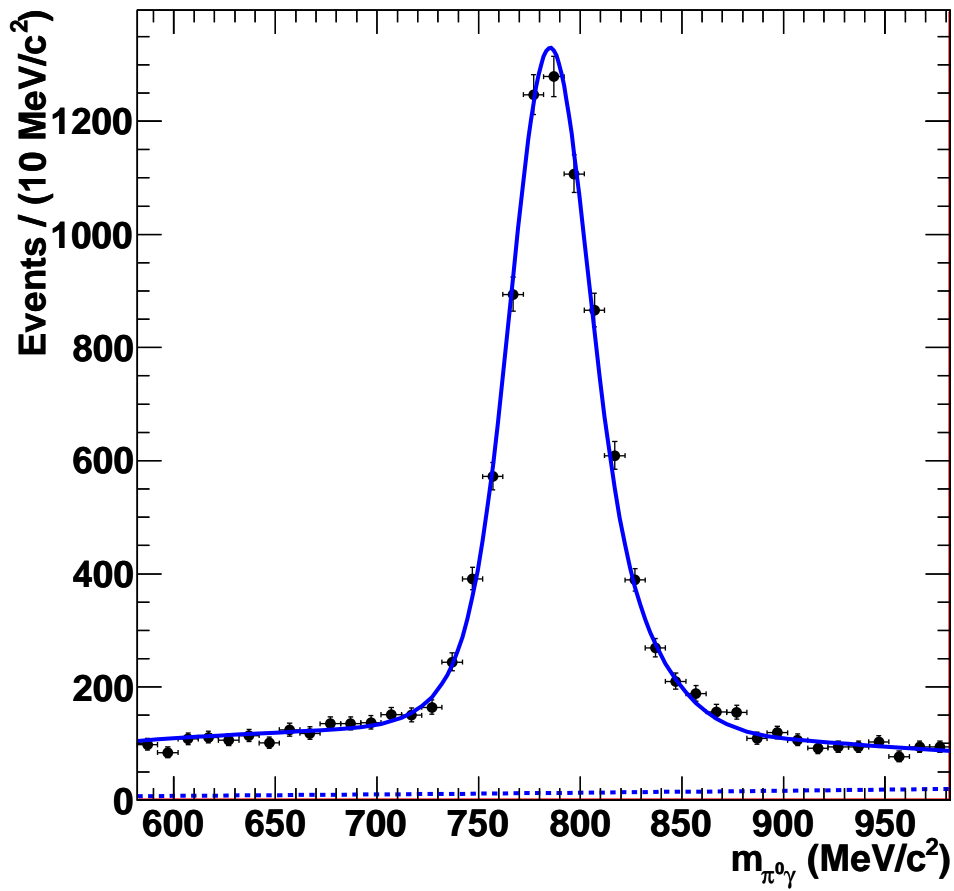


Рис. 24: Распределение по инвариантной массе  $m_{\pi^0\gamma}$  для отобранных экспериментальных событий (точки с ошибками) с  $E < 1.7$  ГэВ. Кривая — результат аппроксимации, описанной в тексте. Пунктирная линия показывает вклад фона.

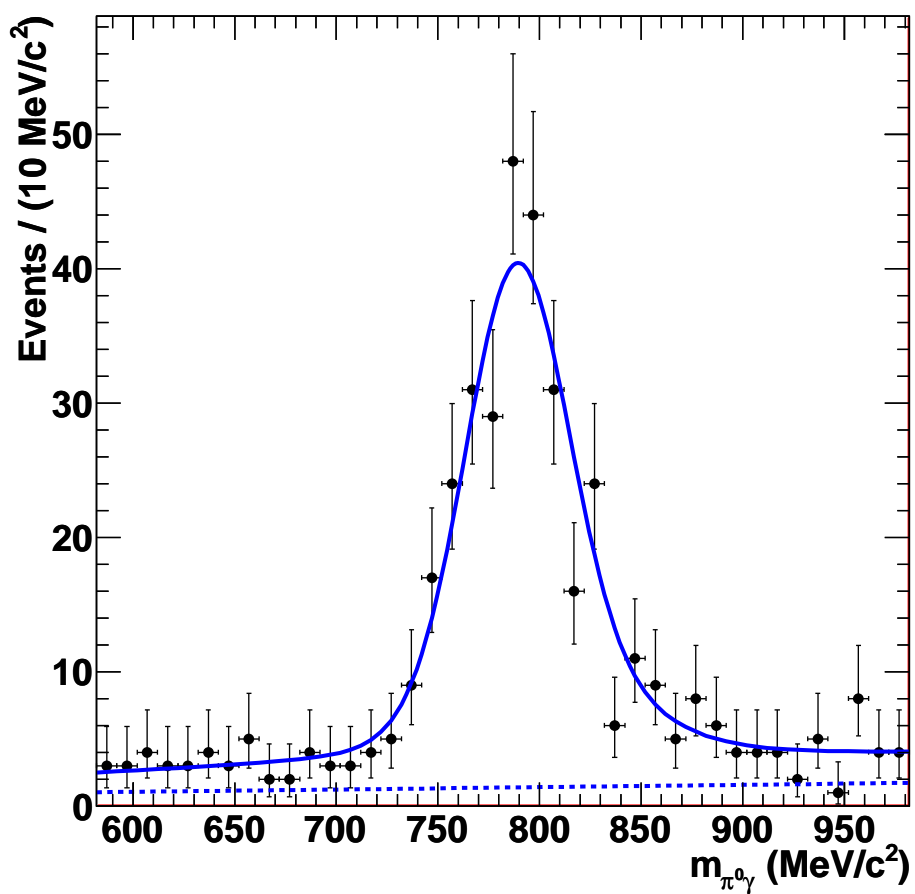


Рис. 25: Распределение по инвариантной массе  $m_{\pi^0\gamma}$  для отобранных экспериментальных событий (точки с ошибками) с  $E \geq 1.7$  ГэВ. Кривая — результат аппроксимации, описанной в тексте. Пунктирная линия показывает вклад фона.

существенен вблизи нижней границы изучаемого интервала энергий и спадает с ростом энергии. Фон от процесса (77) наоборот незначителен при низких энергиях и становится максимальным вблизи энергии  $E = 1.6$  ГэВ. Процессы (78) не наблюдались. Наиболее важными среди них представляются процессы с промежуточными состояниями  $\rho^0\pi^0$ ,  $f_2\gamma$ ,  $f_0\gamma$ . Для двух последних состояний имеются верхние ограничения на величины сечений, полученные в экспериментах на ВЭПП-2М в работах [15, 19].

Распределение по инвариантной массе  $\pi^0\gamma$  для событий процессов КЭД,  $\eta\gamma$ ,  $f_2\gamma$  и  $f_0\gamma$  является плоским и с достаточной точностью может быть описано линейной функцией. Этот фон легко отделяется от сигнала при аппроксимации спектра масс  $\pi^0\gamma$ . Распределение для событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0$  было получено при помощи моделирования. Оно показано на рис. 26 и имеет более сложную форму. Ожидаемое число событий процесса  $\omega\pi^0\pi^0$  было вычислено с использованием экспериментальных данных по сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$  [53] и изотопического соотношения  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \omega\pi^+\pi^-) = 2\sigma(e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0)$ . В результате оказалось, что фон от процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0$  существенен только в диапазоне энергии  $E = 1.7-1.9$  ГэВ, но даже в этом диапазоне число фоновых событий от этого процесса не превышает 6% от числа событий изучаемого процесса. Фон от процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0$  учитывался при аппроксимации спектра масс  $\pi^0\gamma$  для точек с энергией  $E \geq 1.7$  ГэВ.

Для оценки величины сечения процесса

$$e^+e^- \rightarrow \rho^0\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma \quad (79)$$

использовались экспериментальные данные по сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  [54]. Сечение этого процесса было умножено на  $B(\rho^0 \rightarrow \pi^0\gamma)$  [2] и поделено на фактор, учитывающий, что в конечное состояние

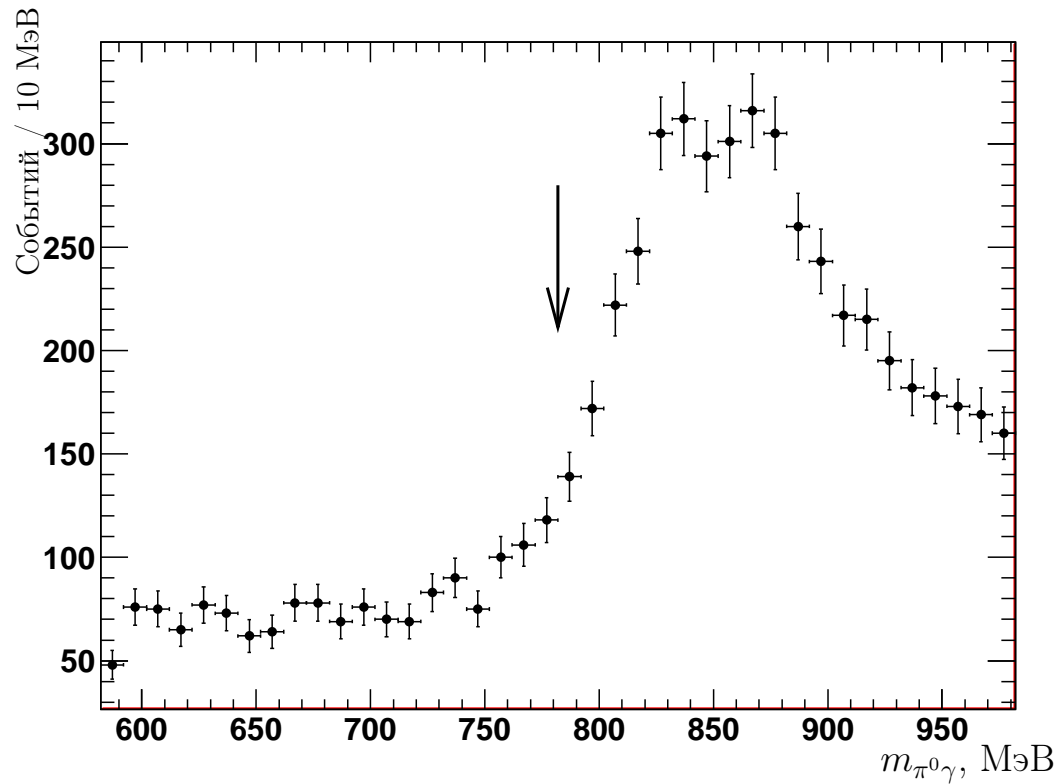


Рис. 26: Распределение по инвариантной массе  $m_{\pi^0\gamma}$  для для моделированных событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0$ , с  $E = 1.8$  ГэВ, прошедших условия отбора. Стрелкой показано значение  $m_{\pi^0\gamma}$ , соответствующее массе  $\omega$ -мезона.

$\pi^+\pi^-\pi^0$  дают вклад три зарядовых комбинации системы  $\rho\pi$ . За счет интерференции этот фактор больше 3 и в интервале  $E = 1.05\text{--}2.00$  ГэВ меняется от 5.8 до 4.0. Полученное таким образом сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho^0\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  не превышает 1 пб в изучаемом диапазоне энергии, т.е. пренебрежимо мало по сравнению с сечением изучаемого процесса. Несмотря на это процесс  $e^+e^- \rightarrow \rho\pi^0$  является существенным источником фона. Из-за близости масс  $\rho$  и  $\omega$  мезонов член, описывающий интерференцию между промежуточными состояниями  $\rho^0\pi^0$  и  $\omega\pi^0$ , подавлен по сравнению с квадратом амплитуды для состояния  $\omega\pi^0$  всего лишь как корень отношения сечений и может дать заметную добавку к сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ . В распределении по массе  $\pi^0\gamma$  интерференционный член имеет пик на массе  $\omega$  мезона, и поэтому его вклад не удастся вычесть при аппроксимации фона линейной функцией. Величина интерференционного вклада может быть оценена расчетным образом. Однако поскольку фаза между амплитудами для конечных состояний  $\rho\pi^0$  и  $\omega\pi^0$  неизвестна, интерференция может как увеличивать полное сечение, так и уменьшать. Поэтому вычисленный максимальный относительный сдвиг величины сечения  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  при добавлении промежуточного состояния  $\rho\pi^0$  был использован в качестве оценки систематической неопределенности из-за интерференции с промежуточным состоянием  $\rho^0\pi^0$ . Систематическая неопределенность составила не более 2% при  $E < 1.6$  ГэВ, и 3.4–8.0% при  $E \geq 1.6$  ГэВ.

Аналогичное исследование интерференционного вклада было проделано для промежуточных состояний  $f_0(600)\gamma$ ,  $f_0(980)\gamma$ ,  $f_0(1300)\gamma$  и  $f_2(1270)\gamma$ . Для оценки величины этих сечений были использованы верхние пределы на сечения этих процессов, полученные в работе [55]. Несмотря на то, что верхние пределы на сечения этих процессов примерно в 20–30 раз больше сечения  $e^+e^- \rightarrow \rho\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ , систематическая неопределенность за счет

интерференции с ними не превышает 0.5%. Это связано в основном с тем, что процессы  $e^+e^- \rightarrow f\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  имеют малое перекрытие амплитуд внутри фазового объема. Амплитуда  $\omega\pi^0$  имеет узкий пик в распределении по массе  $\pi^0\gamma$ , в то время как процессы  $f\gamma$  имеют пик в распределении по массе  $\pi^0\pi^0$ .

#### 4.4. Определение числа событий изучаемого процесса

Для того, чтобы определить число отобранных событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  спектр масс  $\pi^0\gamma$  аппроксимировался суммой распределений, описывающих сигнал ( $F_s$ ) и фон ( $F_b$ ). Распределение для сигнальных событий было найдено при помощи непараметрической аппроксимации [56] спектра масс событий моделирования. Чтобы учесть различие в разрешении и энергетической калибровке между экспериментом и моделированием, к массе  $\pi^0\gamma$  в каждом моделированном событии добавлялась случайная величина, распределенная по функции Гаусса со средним значением  $\Delta m$  и стандартным отклонением  $\sigma_s$ . Величины параметров  $\sigma_s$  и  $\Delta m$  были получены из сравнения ширины и положения пика  $\omega$ -мезона в эксперименте и моделировании. Чтобы изучить зависимость параметров  $\sigma_s$  и  $\Delta m$  от энергии  $E$ , сравнение было проведено в трех энергетических диапазонах: 1.05–1.30 ГэВ, 1.30–1.50 ГэВ и 1.5–1.7 ГэВ. Зависимость величин  $\sigma_s$  и  $\Delta m$  от энергии была параметризована линейной функцией. Параметр  $\Delta m$  изменяется от  $(1.0 \pm 0.5)$  МэВ в диапазоне энергии 1.05–1.30 ГэВ до  $(3.9 \pm 0.5)$  МэВ в диапазоне энергии 1.5–1.7 ГэВ. Параметр  $\sigma_s$  для тех же интервалов по энергии изменяется от  $(6.2 \pm 1.0)$  МэВ до  $(10.5 \pm 0.5)$  МэВ. Для энергии выше 1.7 ГэВ, где малая статистика не позволяет измерить  $\sigma_s$  и  $\Delta m$  с необходимой точностью, значения этих параметров были получены линейной экстраполяцией. Спектр для

фоновых событий описывался линейной функцией, к которой при  $E \geq 1.7$  ГэВ добавлялся расчетный фон от процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0$ .

Число событий определялось при помощи небинированной аппроксимации распределения по инвариантной массе  $m_{\pi^0\gamma}$  методом максимального правдоподобия. Для аппроксимации использовалась следующая функция правдоподобия при  $E < 1.7$  ГэВ:

$$L = P_P(N; N_s + N_b)P_B(M - N; N, k_t) \times \prod_{i=1}^M \left( F_s(m_{\pi^0\gamma}^i) \frac{N_s(1 + k_s)}{N_s(1 + k_s) + N_b(1 + k_b)} + F_b(m_{\pi^0\gamma}^i) \frac{N_b(1 + k_b)}{N_s(1 + k_s) + N_b(1 + k_b)} \right), \quad (80)$$

где  $N$  — число отобранных событий,  $M$  — число входов в аппроксимируемую гистограмму,  $N_s(N_b)$  — число сигнальных (фоновых) событий,  $k_s(k_b)$  — доля сигнальных (фоновых) событий, которые имеют по два входа в гистограмму, то есть доля событий, для которых обе комбинации  $\pi^0\gamma$  удовлетворяют условию  $|m_{\pi^0\gamma} - M_\omega| < 200 \text{ МэВ}/c^2$ ,  $k_t = (N_s k_s + N_b k_b)/(N_s + N_b)$ . Функции  $P_P$  и  $P_B$  описывают распределение Пуассона и биномиальное распределение для полного числа отобранных событий и для числа отобранных событий с двумя входами в гистограмму соответственно. Параметр  $k_s$  вычислялся для каждой точки по энергии при помощи моделирования методом Монте-Карло. Он изменялся от 0.4 при  $E = 1.1$  ГэВ до 0.2 при  $E = 2.0$  ГэВ. Для определения диапазона, в котором может меняться параметр  $k_b$ , было использовано моделирование процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  с равномерным распределением по фазовому объему и с промежуточными состояниями  $f_0(980)\gamma$ ,  $f_2(1270)\gamma$  и  $f_0(1370)\gamma$ . В результате было найдено, что в изучаемом диапазоне энергии параметр  $k_b$  меняется от 0.1 до 0.5. При аппроксимации параметр  $k_b$  был зафиксирован на значении  $0.3 \pm 0.2$  (функция правдоподобия была умножена на соответствующую функцию Гаусса).

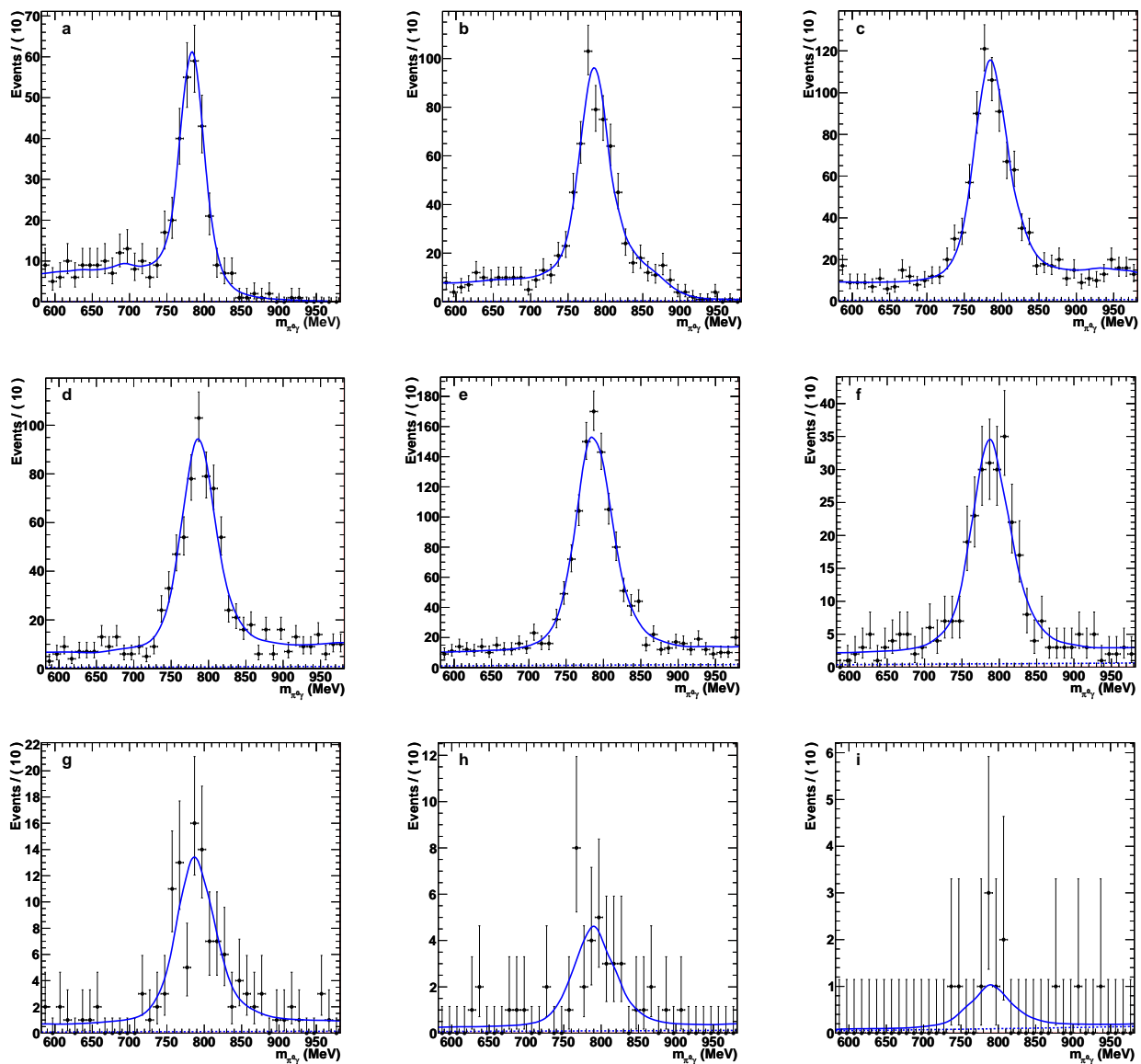


Рис. 27: Распределение по инвариантной массе  $m_{\pi^0\gamma}$  для точек по энергии  $E = 1.1$  ГэВ (a), 1.2 ГэВ (b), 1.3 ГэВ (c), 1.4 ГэВ (d), 1.5 ГэВ (e), 1.6 ГэВ (f), 1.7 ГэВ (g), 1.8 ГэВ (h), 1.9 ГэВ (i). Точки с ошибками — экспериментальные данные, кривая — результат аппроксимации, описанной в тексте.



Описанная выше процедура аппроксимации была проделана для каждой энергетической точки. Результат аппроксимации для девяти точек по энергии показан на рис. 27. Число сигнальных событий, полученных в результате аппроксимации, для каждой энергетической точки приведено в таблице 2. Кроме того интересно на максимальной статистике изучить качество описания экспериментальных распределений выбранной моделью. Для этого на рис. 24 и 25 показан результат аппроксимации для событий с  $E < 1.7$  ГэВ и с  $E \geq 1.7$  ГэВ. Для того, чтобы получить форму распределения по массе  $\pi^0\gamma$  для моделированных событий, распределение событий по энергии в моделировании было перевзвешано согласно экспериментальному распределению. Из приведенных рисунков видно, что используемая модель для сигнального процесса и фона хорошо описывает экспериментальное распределение. Число событий изучаемого процесса и фона, полученное в результате этой процедуры, составляет  $7533 \pm 110$  и  $366 \pm 70$  при  $E < 1.7$  и  $282 \pm 22$  и  $49 \pm 15$  при  $E \geq 1.7$ .

#### 4.5. Эффективность регистрации и вычисление радиационных поправок

Эффективность регистрации событий изучаемого процесса определялась при помощи моделирования методом Монте-Карло. При моделировании учитывались радиационные поправки [57], в частности, излучение дополнительного фотона из начального состояния. Угловое распределение этого фотона было взято из работы [49]. Эффективность регистрации  $\epsilon_r$  вычислялась как функция двух параметров: энергии в системе центра масс начальной  $e^+e^-$  пары и энергии дополнительного фотона  $E_r$ , излученного из начального состояния. На рисунке 28 показана зависимость эффективности

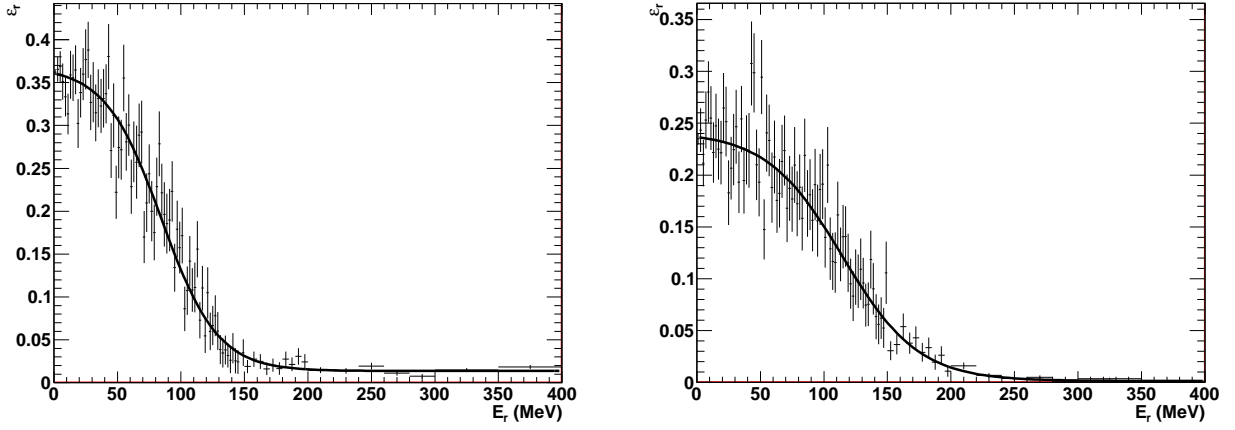


Рис. 28: Зависимость эффективности регистрации событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  от энергии дополнительного фотона  $E_r$  для  $E = 1.05$  ГэВ (слева) и  $E = 2$  ГэВ (справа)

регистрации событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  от  $E_r$  для крайних значений энергии. Для определения этой зависимости одна половина событий моделировалась с равномерным распределением по  $E_r$  от нуля до 400 МэВ, а вторая — с распределением по  $E_r$  согласно работе [57]. Это позволило достаточно точно определить как зависимость эффективности регистрации от  $E_r$  так и эффективность регистрации при  $E_r=0$ .

Видимое сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ , которое определяется как  $\sigma_{vis} = N_s/L$ , связано следующим образом с борновским сечением  $\sigma$ :

$$\sigma_{vis}(E) = \int_0^{x_{max}} \epsilon_r(E, xE_b) F(x, E) \sigma(E\sqrt{1-x}) dx, \quad (81)$$

где  $F(x, E)$  — так называемая функция-радиатор [57], описывающая распределение по доле энергии  $x = E_r/E_b$ , излученной из начального состояния. Выражение (81) может быть переписано в традиционном виде

$$\sigma_{vis}(E) = \epsilon(E) \sigma(E) (1 + \delta(E)), \quad (82)$$

где  $\delta(E)$  — это радиационная поправка, а параметр  $\epsilon(E)$  определен следующим образом

$$\epsilon(E) \equiv \epsilon_r(E, 0). \quad (83)$$

В эксперименте непосредственно измеряется видимое сечение. Процедура определения борновского сечения выглядит следующим образом. При помощи формулы (81) аппроксимируется энергетическая зависимость измеренного видимого сечения. Для этого борновское сечение параметризуется теоретической моделью, хорошо описывающей экспериментальные данные. При помощи найденных в результате аппроксимации параметров теоретической модели вычисляется радиационная поправка  $\delta(E)$ . После этого по формуле (82) вычисляется экспериментальное борновское сечение. Значения функции  $\delta(E)$  зависят от модели, выбранной для описания борновского сечения. Для оценки модельной зависимости  $\delta(E)$  параметры теоретической модели варьируются в широких пределах, но так, чтобы качество аппроксимации оставалось приемлемым. Подробнее об этом написано в главе 4.7.

События, обусловленные радиационным сбросом, по сути, являются фоновыми событиями, которые «вычитаются» при помощи деления на фактор  $(1 + \delta)$ . При этом статистическая ошибка борновского сечения будет определяться полным числом событий (с учетом событий с радиационным сбросом). При  $\delta > 0$  статистическая ошибка борновского сечения определяется следующим образом

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta N_s}{\epsilon L}, \quad (84)$$

а при  $\delta < 0$  —

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta N_s}{\epsilon L(1 + \delta)}. \quad (85)$$

Систематическая неопределенность связанная с радиационной поправкой составляет 1% при  $E \leq 1.6$  ГэВ и возрастает до 5% при  $E=1.7$  ГэВ.

Выше 1.7 ГэВ систематическая неопределенность начинает сильно расти, поэтому она указана в виде интервала для  $(1 + \delta)$  в таблице 2. Такая сильная модельная зависимость радиационной поправки вблизи верхней границы изучаемого диапазона энергии объясняется малостью борновского сечения изучаемого процесса при  $E > 1.7$  ГэВ. Видимое сечение в этой области в значительной степени определяется радиационным сбросом в область большего сечения и мало чувствительно к величине борновского сечения, которое может варьироваться в широких пределах при изменении параметров теоретической модели.

Неточности в моделировании отклика детектора при регистрации фотонов приводят к систематической погрешности в определении эффективности регистрации. Для определения этой погрешности проводилось сравнение экспериментальных и моделированных распределений по ключевым параметрам, используемым для отбора событий,  $\chi_{5\gamma}^2$  и  $(\chi_{\pi^0\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2)$ . Экспериментальные распределения по этим параметрам показаны на рисунке 29 для событий с  $E < 1.7$  ГэВ. Они сравнивались с распределениями для моделированных событий изучаемого процесса, к которым добавлены распределения для фоновых событий. Фоновые распределения были получены с использованием экспериментальных событий, находящихся вне пика  $\omega$ -мезона:  $66.7 \text{ МэВ}/c^2 < |m_{\pi^0\gamma} - M_\omega| < 200 \text{ МэВ}/c^2$ . Распределение для эффекта+фон нормировано на число экспериментальных событий. Различия между моделированием и экспериментом видны в обоих распределениях. Для того, чтобы получить количественную оценку этих различий, при отборе событий поочередно изменялись условия на  $\chi_{5\gamma}^2$  (с 30 до 50) и  $\chi_{\pi^0\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2$  (с 10 до 50). С измененными условиями отбора определялись числа событий и эффективности регистрации. В результате измеряемое сечение изменялось на  $(-0.4 \pm 0.5)\%$  при изменении условия на  $\chi_{5\gamma}^2$  и на  $(2.9 \pm 0.5)\%$  при изме-

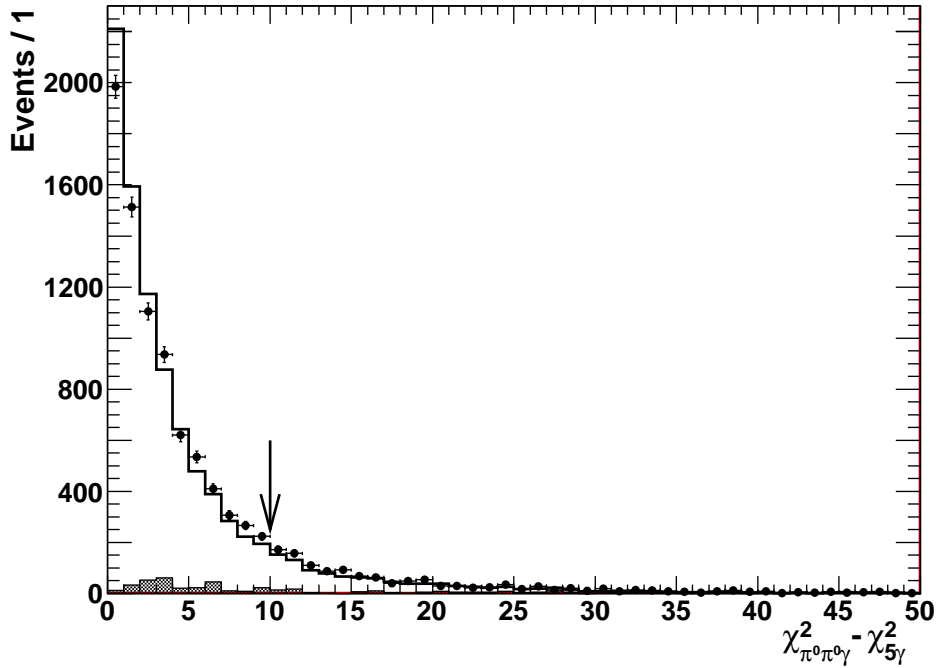
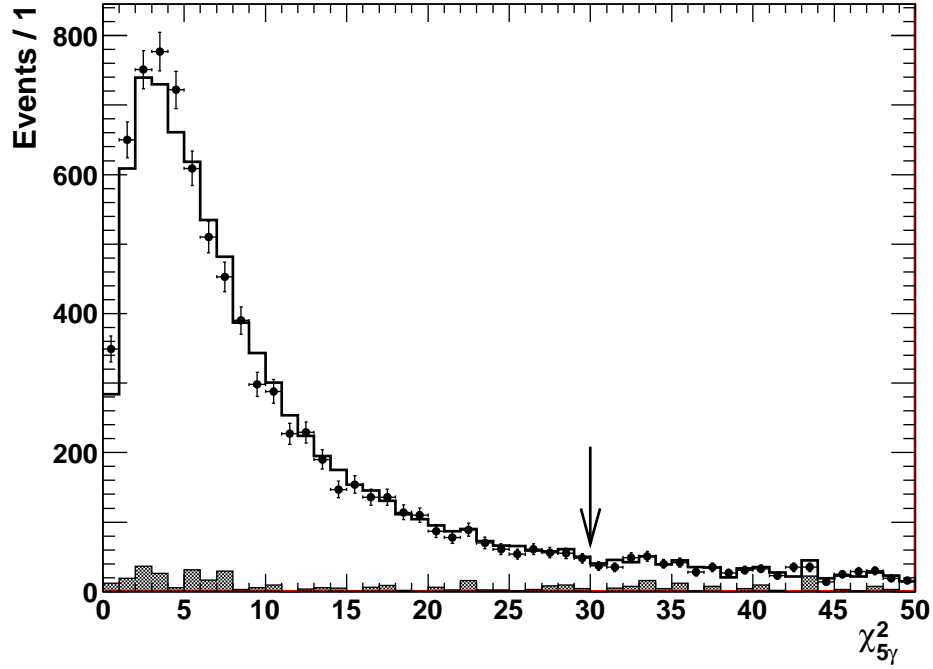


Рис. 29: Распределения по параметрам  $\chi^2_{5\gamma}$  (верхний график) и  $(\chi^2_{\pi^0\pi^0\gamma} - \chi^2_{5\gamma})$  (нижний график) для экспериментальных событий с  $E < 1.7$  ГэВ (точки с ошибками). Гистограмма — сумма моделированного распределения для событий эффекта и экспериментального фонового распределения. Фоновое распределение показано заштрихованной гистограммой. Распределение для эффекта + фон нормировано на число экспериментальных событий.

Стрелки показывают границы условий отбора по этим параметрам.

нении условия на  $(\chi_{\pi^0\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2)$ . Полученные значения для изменения сечения были использованы для поправки эффективности регистрации. Суммарная поправка составила  $(-2.5 \pm 0.7)\%$ . Статистическая ошибка полученной поправки использовалась в качестве оценки систематической погрешности определения эффективности регистрации.

Для событий с  $E \geq 1.7$  ГэВ используется более жесткое условие на  $\chi_{5\gamma}^2$ . Кроме того радиационный сброс в область с большим сечением может привести к изменению распределения по  $\chi_{5\gamma}^2$ . Это все может привести к тому что систематическая неопределенность сечения в этой области энергии может измениться. Однако в этой области энергии систематическая погрешность за счет модельной неопределенности радиационной поправки становится очень большой, сечение в результате может меняться в несколько раз. По этой причине возможным изменением поправки и систематической неопределенности для эффективности регистрации можно пренебречь.

Выше уже обсуждалось, что часть экспериментальных событий содержит дополнительные треки и фотоны, образующиеся из-за наложения на полезное событие события пучкового фона. Эффект, связанный с дополнительными фоновыми треками, сокращается за счет нормировки на число событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ . Наличие дополнительных фотонов также меняет эффективность регистрации, но по разному для изучаемого процесса и для процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ . Для того, чтобы учесть эффект наложений при моделировании, использовалась специальная выборка данных, состоящая из событий, записанных во время проведения эксперимента с запуском от генератора. В качестве сигнала генератора использовалась частота обращения пучка в ВЭПП-2000, поделенная до уровня  $\sim 0.2$  Гц. Генераторные события (в основном пустые, т.е. не содержащие срабатываний ни в трековой системе, ни в калориметре) сливались с смоделированными событиями, приводя

к возникновению в части событий дополнительных треков и фотонов. При регулярной записи генераторных событий во время эксперимента, такой подход позволяет с высокой точностью воспроизвести эффект наложений в моделировании. К сожалению, во время экспериментов 2010–2011 годов такой регулярной записи не проводилось. При имеющихся выборках генераторных данных мы можем лишь достаточно грубо оценить поправку к измеряемому сечению, возникающую из-за наложений и ее систематическую погрешность.

Эффективности регистрации для моделирования с наложениями и без сравнивались между собой. Было найдено, что дополнительные фотоны не влияют на эффективность регистрации процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ . Эффективность регистрации для изучаемого процесса увеличивалась на 0.3–1.3% в зависимости от экспериментальных условий. Поправка эффективности регистрации была оценена в 0.8% с систематической неопределенностью 0.5%.

Значение эффективности регистрации  $\epsilon(E)$  с учетом описанных выше поправок приведено в таблице 2. Немонотонный характер  $\epsilon(E)$  в зависимости от энергии в системе центра масс объясняется изменением экспериментальных условий во время проведения эксперимента, в основном изменением числа неработающих каналов калориметра.

## 4.6. Изучение вероятности конверсии фотона

Фотон, проходя через вещество перед дрейфовой камерой (вакуумная камера коллайдера, внутренняя обечайка трековой системы), может конвертировать в  $e^+e^-$  пару. Так как при отборе событий требуется отсутствие заряженных треков, такое событие будет отброшено. Этот эффект учитывается при моделировании методом Монте Карло. Однако любая неточность в описании вещества перед дрейфовой камерой может привести к системати-

ческой ошибке в эффективности регистрации.

Для того чтобы измерить вероятность конверсии фотона в веществе и оценить связанную с ней систематическую неопределенность использовались данные, набранные детектором СНД в области  $\phi$ -мезонного резонанса. Отбирались события процесса  $\phi \rightarrow \eta\gamma \rightarrow 3\gamma$  с конверсией одного из фотонов и без нее. Для отбора событий без конверсии использовались следующие условия отбора:

- найдены ровно 3 фотона и ни одной заряженной частицы,
- $\chi_{3\gamma}^2 < 20$ ,
- $27 \times 10^4 \text{ МэВ}^2 > m_{12}^2 > 3 \times 10^4 \text{ МэВ}^2$ ,
- $75 \times 10^4 \text{ МэВ}^2 > m_{23}^2$ ,

где  $\chi_{3\gamma}^2$  — значение функции  $\chi^2$ , полученное в результате кинематической реконструкции в гипотезе  $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ . Распределение по  $\chi_{3\gamma}^2$  показано на рисунке 30. Параметры  $m_{12}^2$  и  $m_{23}^2$  — это квадраты инвариантных масс двух наиболее энергичных и двух наименее энергичных фотонов соответственно. На рисунке 31 приведено распределение Далица для событий с  $\chi_{3\gamma}^2 < 20$ . Прямоугольной рамкой обведена область, соответствующая условиям отбора по параметрам  $m_{12}^2$  и  $m_{23}^2$ . В левом верхнем углу распределения видны события от процесса  $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ , в которых один из фотонов обычно мягкий. Сюда же попадают события процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$  с ложным мягким фотоном, возникшим из-за наложения на событие пучкового фона. Полоса вдоль оси  $m_{23}^2$  соответствует событиям распада  $\phi \rightarrow \pi^0\gamma$ . Для простоты анализа мы отбрасываем также события  $\eta\gamma$ , находящиеся в правом нижнем углу распределения. Для оставшихся событий  $\eta\gamma$   $\eta$ -мезон распадается на са-



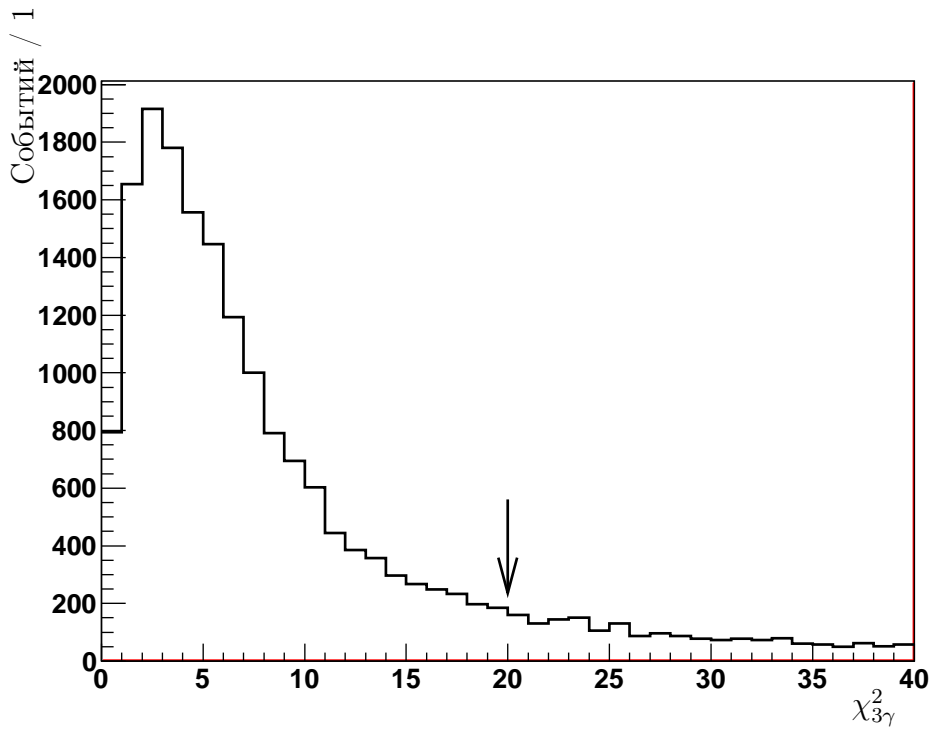


Рис. 30: Распределение по параметру  $\chi^2_{3\gamma}$  для трехфотонных событий. Стрелкой показана граница условия отбора.

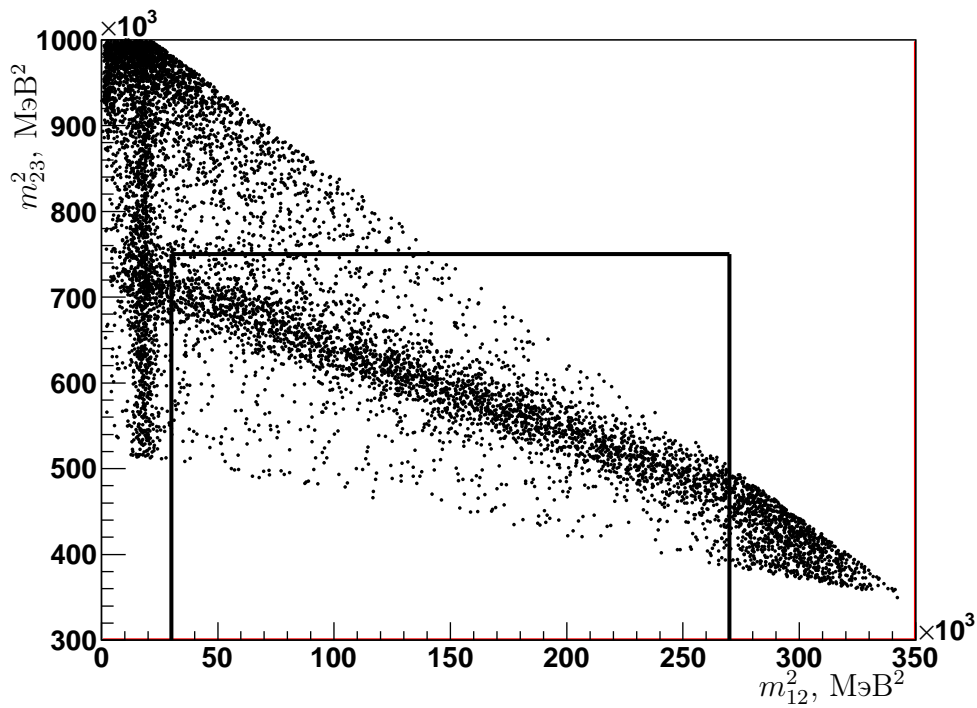


Рис. 31: Распределение Далица для трехфотонных событий с  $\chi^2_{3\gamma} < 20$ . Прямоугольник вырезает область диаграммы, соответствующей использованным условиям отбора.

мый мягкий и самый энергичный фотоны в событии, т.е. пик от  $\eta$ -мезона будет наблюдаться в распределении по инвариантной массе  $m_{13}$ .

В детекторе СНД  $e^+e^-$ -пара от конвертировавшего фотона будет выглядеть как один трек в дрейфовой камере, энерговыделение в калориметре для которого будет с хорошей точностью равно энерговыделению от начального фотона. Таким образом, событие с конверсией фотона будет отличаться от трехфотонного только наличием трека; кинематика события останется такой же. Для отбора событий с конверсией использовались следующие условия отбора:

- найдены ровно 2 фотона и одна заряженная частица,
- $\chi_{3\gamma}^2 < 20$ ,
- $27 \times 10^4 \text{ МэВ}^2 > m_{12}^2 > 3 \times 10^4 \text{ МэВ}^2$ ,
- $75 \times 10^4 \text{ МэВ}^2 > m_{23}^2$ ,
- $d_0 < 0.5 \text{ см}$ ,

где  $d_0$  — это расстояние от трека до оси пучков, а процедура кинематической реконструкции и параметры  $m_{12}^2$  и  $m_{23}^2$  — те же, что использовались для отбора трехфотонных событий.

Для отобранных событий обоих классов строились распределения по инвариантной массе  $m_{13}$ . Для того чтобы определить число событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$  это распределение аппроксимировалось функцией

$$F_{\eta\gamma}(x) = N_{\eta\gamma(c)}G(x) + P_2(x), \quad (86)$$

где  $G(x)$  — функция Гаусса, а  $P_2(x)$  — полином второй степени,  $N_{\eta\gamma(c)}$  — число событий с тремя фотонами (двумя фотонами и одной заряженной части-

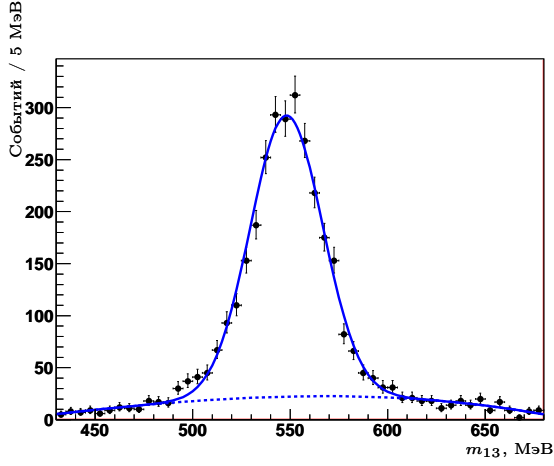


Рис. 32: Распределение по инвариантной массе  $m_{13}$  для событий без конверсии. Сплошная кривая — результат аппроксимации, пунктирная линия — вклад фоновых событий.

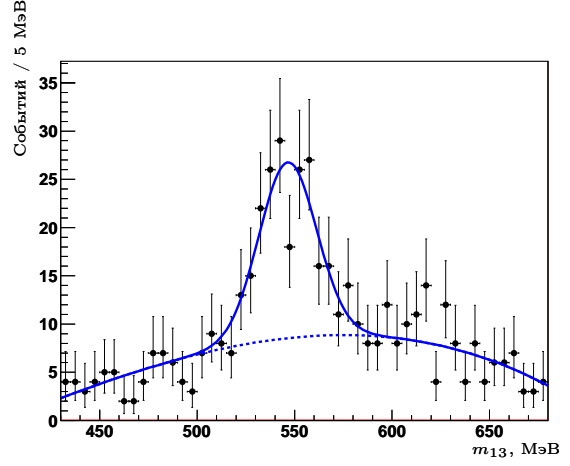


Рис. 33: Распределение по инвариантной массе  $m_{13}$  для событий с конверсией. Сплошная кривая — результат аппроксимации, пунктирная линия — вклад фоновых событий.

цей). Результат аппроксимации можно увидеть на рисунке 32 для событий без конверсии и на рисунке 33 для событий с конверсией.

В класс событий с двумя фотонами и одной заряженной частицей, имеющих пик на массе  $\eta$  мезона, помимо искомым событий с конверсией попадают события процессов с внутренней конверсией одного из фотонов:  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ ,  $\eta \rightarrow e^+e^-\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow \eta e^+e^-$ . Вклады этих процессов должны быть вычтены. В итоге вероятность конверсии фотона в веществе перед дрейфовой камерой детектора СНД равняется

$$P_c = \frac{N_{\eta c}/N_{\eta\gamma} - B(\eta \rightarrow e^+e^-\gamma)/B(\eta \rightarrow 2\gamma) - B(\phi \rightarrow \eta e^+e^-)/B(\phi \rightarrow \eta\gamma)}{3} = (0.97 \pm 0.28)\%. \quad (87)$$

Аналогичная величина была получена по моделированным событиям процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma \rightarrow 3\gamma$ :

$$P_c^{MC} = (0.78 \pm 0.04)\%. \quad (88)$$

Разница между величинами вероятности конверсии в данных и моделировании равна  $(0.19 \pm 0.28)\%$ , т.е. совместима с нулем. Можно заключить, моделирование адекватно описывает конверсию фотонов в веществе перед дрейфовой камерой СНД. Статистическую ошибку приведенного выше результата мы рассматриваем в качестве оценки систематической ошибки в определении вероятности конверсии. В конечном состоянии изучаемого процесса имеется пять фотонов. Вклад в систематическую неопределенность от двух из них сокращается при нормировке на светимость. В результате систематическая неопределенность за счет моделирования конверсии фотонов составляет  $0.9\%$ .

#### 4.7. Борновское сечение процесса

$$e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$$

Для вычисления радиационных поправок одновременно аппроксимировались данные, полученные в этой работе, и данные СНД из работы [14]. Борновское сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  описывалось следующей формулой:

$$\sigma(E) = \frac{4\pi\alpha^2}{E^3} \left( \frac{g_{\rho\omega\pi}}{f_\rho} \right)^2 \left| \frac{m_\rho^2}{D_\rho} + A_1 e^{i\phi_1} \frac{m_{\rho'}^2}{D_{\rho'}} + A_2 e^{i\phi_2} \frac{m_{\rho''}^2}{D_{\rho''}} + A_3 \frac{m_{\rho'''}^2}{D_{\rho'''}} \right|^2 \times P_f(E) B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma), \quad (89)$$

где  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $g_{\rho\omega\pi}$  — константа связи для вершины  $\rho \rightarrow \omega\pi$ ,  $f_\rho$  — константа связи для перехода  $\gamma^* \rightarrow \rho$ , вычисленная из ширины распада  $\rho \rightarrow e^+e^-$ . Первый член в выражении (89) описывает вклад резонанса  $\rho(770)$ , второй и третий — вклады резонансов  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$ . Четвертый член введен для исследования модельной зависимости результата аппроксимации из-за возможного наличия резонанса с массой более 2 ГэВ

или из-за нерезонансного вклада в сечение.  $D_{\rho_i} = m_{\rho_i}^2 - E^2 - iE\Gamma_{\rho_i}(E)$ , где  $m_{\rho_i}$  и  $\Gamma_{\rho_i}(E)$  — масса и ширина резонанса  $\rho_i$ . Параметры  $A_i$  выражаются через константы связи  $A_i = g_{\rho_i\omega\pi}/g_{\rho\omega\pi} \cdot f_\rho/f_{\rho_i}$ ,  $\phi_1$  и  $\phi_2$  — фазы амплитуд состояний  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$  относительно амплитуды  $\rho(770)$ . Фактор  $P_f(E)$  описывает фазовый объем конечного состояния. В случае бесконечно узкого  $\omega$  резонанса  $P_f(E) = 1/3 \cdot q_\omega^3$ , где  $q_\omega$  — импульс  $\omega$  мезона.

Энергетическая зависимость ширины резонанса  $\rho(770)$  описывалась следующим образом:

$$\Gamma_\rho(E) = \Gamma_\rho(m_\rho) \left(\frac{m_\rho}{E}\right)^2 \left(\frac{q_\pi(E)}{q_\pi(m_\rho)}\right)^3 + \frac{g_{\rho\omega\pi}^2}{12\pi} q_\omega^3, \quad (90)$$

где

$$q_\pi(E) = \sqrt{E^2/4 - m_\pi^2}, \quad (91)$$

$m_\pi$  — масса заряженного  $\pi$  мезона. Для  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$  и  $\rho'''$  использовались ширины, не зависящие от энергии.

При аппроксимации свободными параметрами были  $g_{\rho\omega\pi}$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $M_{\rho'}$ ,  $M_{\rho''}$ ,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ . Значения ширин для  $\rho'$  и  $\rho''$  фиксировались на табличных значениях [2]:  $\Gamma_{\rho'} = 400$  МэВ,  $\Gamma_{\rho''} = 250$  МэВ. Для параметров  $M_{\rho'''}$  и  $\Gamma_{\rho'''}$  использовались значения 2.3 ГэВ и 400 МэВ. Параметры теоретической модели, полученные в результате этой аппроксимации, были использованы для вычисления радиационных поправок. Для оценки модельной зависимости величины радиационной поправки проводились аппроксимации с  $M_{\rho'}$  фиксированной на различных значениях из диапазона 1.4–1.6 ГэВ, со свободным параметром  $A_3$  и с  $A_3 = 0$ . Уровень достоверности  $P(\chi^2; \nu)$  для проведенных аппроксимаций менялся от 5% до 20%.

На рисунке 34 приведено сечение изучаемого процесса, полученное в данной работе, и результаты предыдущих измерений на детекторах СНД [14], КМД-2 [15] и DM2 [16]. Сечение из работы [16], измеренное в канале  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ ,

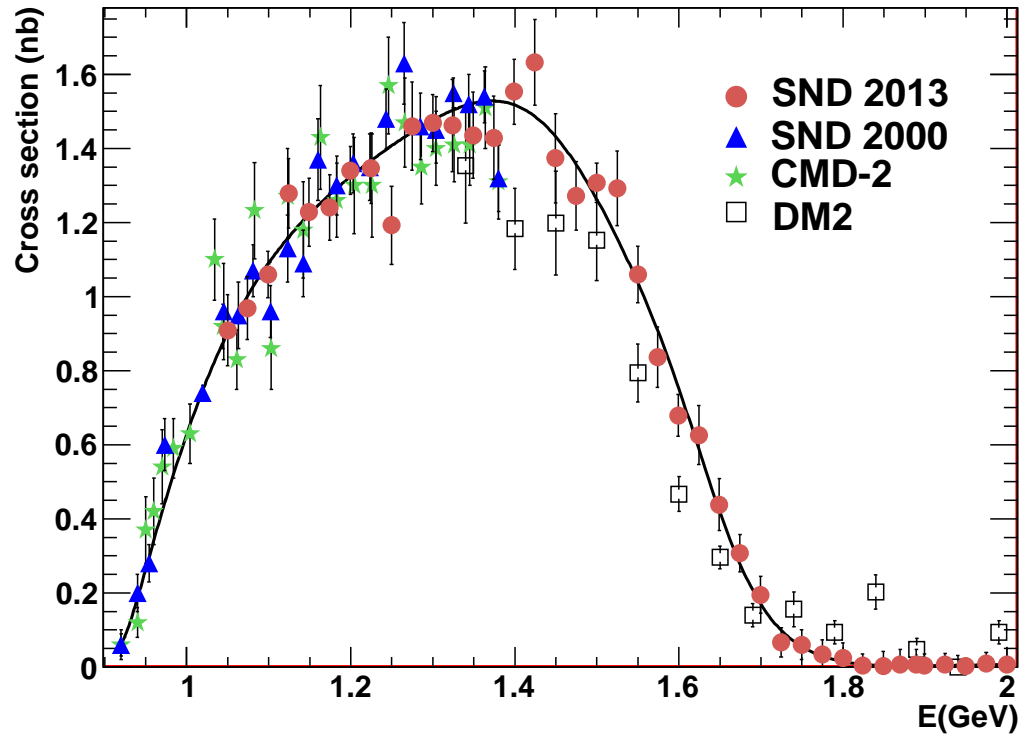


Рис. 34: Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ . На рисунке представлены результаты СНД 2013(эта работа), СНД 2000 [14], КМД-2 [15], DM2 [16]. Кривая — результат совместной аппроксимации данных СНД 2012 и СНД 2000.

было пересчитано с использованием табличных значений относительных вероятностей распада  $\omega$  мезона [2]. Наши данные хорошо согласуются с измерениями СНД и КМД-2, но существенно, на 20-30%, превышают данные DM2. Показанная кривая — это результат описанной выше совместной аппроксимации данных СНД, полученных в этой работе и в работе [14].

Таблица 2: Энергия ( $E$ ), интегральная светимость ( $L$ ), эффективность регистрации ( $\epsilon$ ), число событий ( $N_s$ ), радиационная поправка ( $1 + \delta$ ), борновское сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  ( $\sigma$ ) и его статистическая и систематическая ошибки.

$E$ , ГэВ	$IL$ , нб $^{-1}$	$\epsilon$ , %	$N_s$	$1 + \delta$	$\sigma$ , нб
1.050	358	35.5	$104 \pm 11$	0.903	$0.90 \pm 0.10 \pm 0.02$
1.075	545	36.5	$176 \pm 15$	0.913	$0.97 \pm 0.08 \pm 0.03$
1.100	845	36.0	$297 \pm 17$	0.921	$1.06 \pm 0.06 \pm 0.03$
1.125	518	35.9	$220 \pm 16$	0.928	$1.28 \pm 0.09 \pm 0.03$
1.150	412	37.8	$178 \pm 13$	0.934	$1.23 \pm 0.09 \pm 0.03$
1.175	539	36.8	$231 \pm 17$	0.939	$1.24 \pm 0.09 \pm 0.03$
1.200	1058	36.6	$489 \pm 24$	0.943	$1.34 \pm 0.06 \pm 0.04$
1.225	550	37.8	$265 \pm 19$	0.947	$1.35 \pm 0.10 \pm 0.04$
1.250	435	37.9	$187 \pm 17$	0.950	$1.19 \pm 0.11 \pm 0.03$
1.275	495	37.0	$254 \pm 21$	0.953	$1.46 \pm 0.12 \pm 0.04$
1.300	1278	37.6	$673 \pm 35$	0.956	$1.47 \pm 0.08 \pm 0.04$
1.325	522	38.2	$279 \pm 24$	0.959	$1.46 \pm 0.12 \pm 0.04$
1.350	554	38.1	$292 \pm 24$	0.962	$1.44 \pm 0.12 \pm 0.04$
1.375	574	38.1	$302 \pm 24$	0.966	$1.43 \pm 0.11 \pm 0.04$
1.400	1012	37.9	$578 \pm 33$	0.970	$1.55 \pm 0.09 \pm 0.04$
1.425	598	38.1	$363 \pm 26$	0.977	$1.63 \pm 0.12 \pm 0.04$

Продолжение на следующей странице

Таблица 2 – продолжение с предыдущей страницы

$E, \text{ГэВ}$	$IL, \text{нб}^{-1}$	$\epsilon, \%$	$N_s$	$1 + \delta$	$\sigma, \text{нб}$
1.450	427	38.3	$221 \pm 19$	0.985	$1.37 \pm 0.12 \pm 0.04$
1.475	599	38.4	$291 \pm 21$	0.995	$1.27 \pm 0.09 \pm 0.03$
1.500	1939	39.0	$996 \pm 40$	1.007	$1.31 \pm 0.05 \pm 0.04$
1.525	487	38.2	$245 \pm 19$	1.021	$1.29 \pm 0.10 \pm 0.04$
1.550	543	38.2	$228 \pm 16$	1.038	$1.06 \pm 0.08 \pm 0.03$
1.575	505	37.9	$170 \pm 17$	1.063	$0.83 \pm 0.08 \pm 0.03$
1.600	814	38.1	$232 \pm 19$	1.100	$0.68 \pm 0.06_{-0.03}^{+0.02}$
1.625	505	37.9	$139 \pm 15$	1.161	$0.63 \pm 0.08_{-0.03}^{+0.02}$
1.650	473	36.9	$96 \pm 10$	1.262	$0.44 \pm 0.07_{-0.03}^{+0.01}$
1.675	454	37.0	$74 \pm 11$	1.429	$0.31 \pm 0.05_{-0.02}^{+0.01}$
1.700	698	30.3	$70 \pm 10$	1.704	$0.19 \pm 0.05_{-0.01}^{+0.01}$
1.725	502	30.6	$22 \pm 6$	2.0–2.3	$0.06 \pm 0.04_{-0.01}^{+0.01}$
1.750	503	29.2	$25 \pm 6$	2.4–3.3	$0.06 \pm 0.04_{-0.01}^{+0.02}$
1.775	521	28.7	$22 \pm 6$	2.8–5.0	$0.03 \pm 0.04_{-0.01}^{+0.02}$
1.800	727	27.9	$33 \pm 7$	3.4–9.0	$0.02 \pm 0.04_{-0.01}^{+0.03}$
1.825	477	28.2	$7 \pm 3$	4–15	$0.004 \pm 0.03_{-0.001}^{+0.008}$
1.850	400	26.7	$4_{-3}^{+4}$	5–24	$0.002 \pm 0.04_{-0.0}^{+0.005}$
1.870	631	26.2	$19 \pm 6$	5–27	$0.005 \pm 0.04_{-0.004}^{+0.016}$
1.890	577	26.3	$24 \pm 5$	6–31	$0.006 \pm 0.03_{-0.001}^{+0.022}$
1.900	553	24.9	$12_{-5}^{+4}$	6–40	$0.004 \pm 0.03_{-0.002}^{+0.011}$
1.925	555	24.6	$14_{-3}^{+4}$	5–68	$0.006 \pm 0.03_{-0.005}^{+0.013}$
1.950	406	23.3	$1_{-1}^{+2}$	5–63	$0.001 \pm_{-0.01-0.001}^{+0.02+0.001}$
1.975	460	24.0	$9_{-5}^{+4}$	5–39	$0.009 \pm 0.03_{-0.007}^{+0.008}$

Продолжение на следующей странице



Таблица 2 – продолжение с предыдущей страницы

$E$ , ГэВ	$IL$ , нб $^{-1}$	$\epsilon$ , %	$N_s$	$1 + \delta$	$\sigma$ , нб
2.000	536	23.3	$5_{-2}^{+3}$	4–39	$0.006 \pm 0.02_{-0.005}^{+0.005}$

В таблице 2 представлены полученные для каждой точки по энергии светимость, эффективность регистрации, определенная выражением (83), число событий изучаемого процесса, радиационная поправка и борновское сечение. Главные источники систематической неопределенности перечислены в таблице 3. Полная систематическая неопределенность сечения для изучаемого процесса составила 3.4% для энергии  $E \leq 1.55$  ГэВ и 4.5% в диапазоне  $1.55 < E < 1.6$ . При энергии выше 1.6 ГэВ систематическая неопределенность начинает сильно расти из-за сильной модельной зависимости радиационных поправок.

#### 4.8. Параметры $\rho'$ и $\rho''$ мезонов

Для проведенного выше вычисления радиационных поправок физический смысл модели и полученные в результате аппроксимации параметры были не существенны, требовалось лишь, чтобы модель неплохо описывала данные. В этой главе анализируется, какую информацию о свойствах резонансов  $\rho'$  и  $\rho''$  можно извлечь из полученных данных по сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ . Чтобы уменьшить модельную неопределенность аппроксимации, связанную с описанием хвостов резонансов  $\rho'$  и  $\rho''$ , а так же с возможным нерезонансным вкладом в сечение, в этом анализе были использованы только точки с энергиями  $E \leq 1.9$  ГэВ. При этом приемлемое качество аппроксимации данных получается без использования члена  $m_{\rho''}^2/D_{\rho''}$ .

Таблица 3: Источники систематической неопределенности борновского сечения и поправка к эффективности регистрации.

Источник	Вклад, %	Поправка, %
Светимость	2.2	—
Эффективность регистрации	0.7	-2.5
Конверсия фотонов в веществе	0.9	—
Пучковый фон	0.5	0.8
Интерференция с когерентным фоном ( $E < 1.6$ ГэВ)	2-3.6	—
Радиационная поправка ( $E < 1.6$ GeV)	1	—
Итого	3.4-4.5	-1.7

В обсуждаемых ниже аппроксимациях он был отброшен.

В таблице 4 приведены результаты аппроксимации экспериментальных данных для двух моделей. В первой модели были учтены вклады от всех трех резонансов,  $\rho$ ,  $\rho'$  и  $\rho''$ . А во второй были учтены вклады в сечение только от  $\rho$  и  $\rho'$  ( $A_2 = 0$ ). Это было сделано для того, чтобы проверить, возможно ли в рамках выбранной модели векторной доминантности описать экспериментальные данные без вклада резонанса  $\rho''$ . По данным предыдущих экспериментов не было получено однозначного ответа на этот вопрос. При совместной аппроксимации [15] данных КМД-2 и DM2 был получен вклад  $\rho''$  совместимый с нулем. Совместная аппроксимация [14] данных СНД и CLEO, напротив, дает наилучший  $\chi^2$  в модели с ненулевым вкладом  $\rho''$ . Как видно из таблицы 4 в рамках нашей модели наличие вклада от  $\rho''$  для описания данных является необходимым.

Полученные значения параметров  $A_1$  и  $A_2$  можно пересчитать в произ-

Таблица 4: Результаты аппроксимации экспериментальных данных по сечению процесса

$$e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma.$$

Параметр	Модель 1	Модель 2
$g_{\rho\omega\pi}$ , ГэВ <sup>-1</sup>	$15.6 \pm 0.3$	$17.4 \pm 0.1$
$A_1$	$0.26 \pm 0.01$	$0.11 \pm 0.001$
$A_2$	$0.060 \pm 0.006$	$\equiv 0$
$M_{\rho'}$ , МэВ	$1491 \pm 19$	$1488 \pm 3$
$\Gamma_{\rho'}$ , МэВ	$\equiv 400$	$321 \pm 4$
$M_{\rho''}$ , МэВ	$1708 \pm 41$	—
$\Gamma_{\rho''}$ , МэВ	$\equiv 250$	—
$\phi_1$ , град.	$168 \pm 3$	$121 \pm 2$
$\phi_2$ , град.	$10 \pm 7$	—
$\chi^2/\nu$	$56.8 / 52$	$118.6 / 54$

ведения относительных вероятностей распадов соответствующих резонансов на  $\omega\pi^0$  и  $e^+e^-$  при помощи следующей формулы

$$B(\rho_i \rightarrow \omega\pi^0)B(\rho_i \rightarrow e^+e^-) = \frac{\sigma_{\rho_i}(m_{\rho_i})m_{\rho_i}^2}{12\pi B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)}, \quad (92)$$

где  $\sigma_{\rho_i}(E)$  — сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho_i \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  без учета интерференции с другими резонансами,

$$\sigma_{\rho_i}(E) = \frac{4\pi\alpha^2}{E^3} \left( \frac{g_{\rho\omega\pi}}{f_\rho} \right)^2 \left| A_i \frac{m_{\rho_i}^2}{D_{\rho_i}} \right|^2 P_f(E). \quad (93)$$

Для относительной вероятности распада  $\omega$  на  $\pi^0\gamma$  использовалось табличное значение  $B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) = (8.28 \pm 0.28)\%$  [2]. Для произведений относительных вероятностей распадов были получены следующие значения:

$$\begin{aligned} B(\rho' \rightarrow e^+e^-)B(\rho' \rightarrow \omega\pi^0) &= (5.3 \pm 0.4) \times 10^{-6}, \\ B(\rho'' \rightarrow e^+e^-)B(\rho'' \rightarrow \omega\pi^0) &= (1.7 \pm 0.4) \times 10^{-6}. \end{aligned} \quad (94)$$

Кривые возбуждения трех резонансов,  $\rho$ ,  $\rho'$  и  $\rho''$ , перекрываются, их амплитуды сильно интерферируют между собой. В результате небольшое изменение формы резонанса может существенно изменить результаты аппроксимации. На данный момент отсутствует общепринятый подход для описания хвоста от  $\rho(770)$ -мезона выше 1 ГэВ и формы таких широких резонансов, как  $\rho'$  и  $\rho''$ . Поэтому приведенные в таблице 4 и выражении (94) значения следует рассматривать лишь как оценки параметров.

#### 4.9. Переходной формфактор $\omega \rightarrow \pi^0\gamma^*$

Сечение изучаемого процесса может быть выражено через переходный формфактор вершины  $\omega \rightarrow \pi^0\gamma^*$ . Это дает возможность совместно анализировать данные, полученные в этой работе и в работе [58], полученные при

изучении распада  $\omega \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$ . Кроме того, представление данных в виде формфактора убирает сильную энергетическую зависимость фазового объема  $P_f(E)$ , маскирующую резонансную структуру изучаемого процесса. Переходный формфактор связан с сечением процесса  $e^+ e^- \rightarrow \omega \pi^0$  следующим образом [59, 60]:

$$\sigma_{\omega\pi^0}(E) = \frac{4\pi\alpha^2}{E^3} |F_{\omega\pi\gamma}(E^2)| P_f(E). \quad (95)$$

Значение для  $|F_{\omega\pi\gamma}(0)|^2$  связано с шириной распада  $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$  следующим соотношением:

$$\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0 \gamma) = \frac{\alpha}{3} P_\gamma^3 |F_{\omega\pi\gamma}(0)|^2, \quad (96)$$

где  $P_\gamma$  — импульс фотона при распаде  $\omega \rightarrow \pi \gamma$ . Ширина, вычисленная по параметрам для модели 1 (таблица 4), равна  $(0.88 \pm 0.05)$  МэВ и неплохо для такой простой модели согласуется с табличным значением  $(0.703 \pm 0.024)$  МэВ [2].

На рисунке 35 приведен квадрат нормированного переходного формфактора  $(|F_{\omega\pi\gamma}(q^2)/F_{\omega\pi\gamma}(0)|)^2$ , полученный из данных СНД по реакции  $e^+ e^- \rightarrow \omega \pi^0$  (эта работа и [14]) и из данных по распаду  $\omega \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$  [58]. Кривая — это предсказания описанной выше модели с параметрами, перечисленными в таблице 4 для модели 1. Пунктирной линией показан вклад от резонанса  $\rho(770)$ . Как видно из рисунка, вклады от распадов возбужденных состояний  $\rho$ -мезона доминируют начиная уже с 1.2 ГэВ. Видно, что невозможно описать оба набора данных по формфактору в рамках модели, используемой нами для аппроксимации сечения.

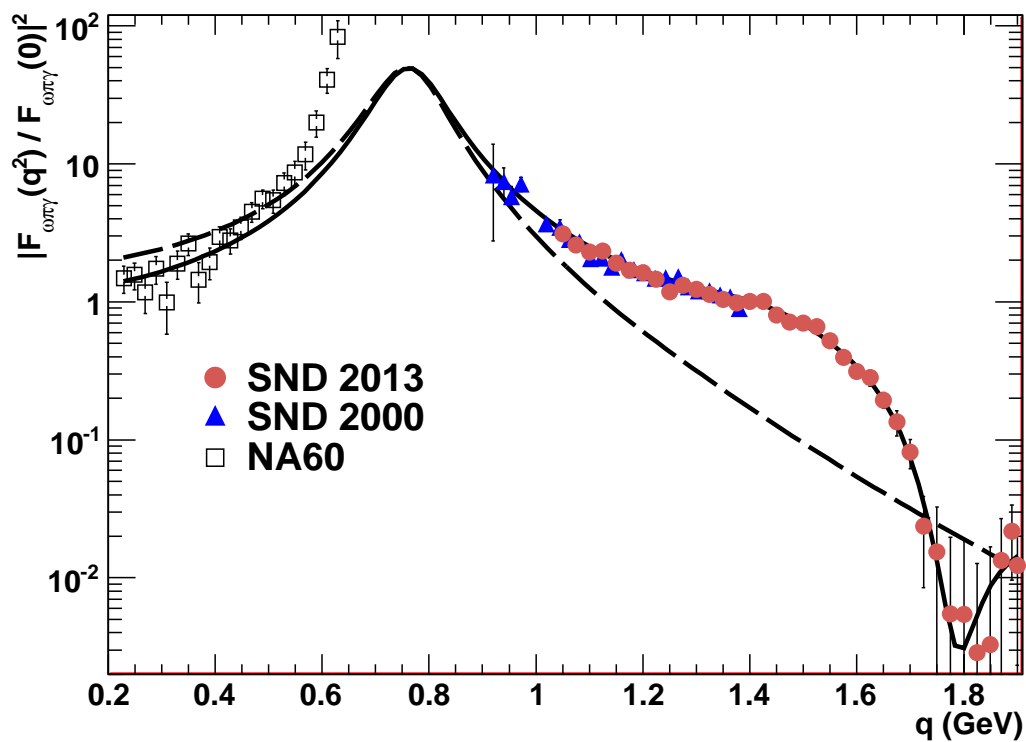


Рис. 35: Переходной формфактор для вершины  $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma^*$ . Точки с ошибками — данные СНД 2013 (эта работа), СНД 2000 [14] и NA60 [58]. Кривая — результат совместной аппроксимации данных СНД 2013 и СНД 2000. Пунктирной линией показан вклад резонанса  $\rho(770)$ .

## 4.10. Проверка гипотезы о сохранении векторного тока

Гипотеза о сохранении векторного тока позволяет установить связь между заряженным адронным током в распадах  $\tau$  лептона и изовекторной частью электромагнитного тока. Это приводит к связи спектральной функции  $V_{\omega\pi}$  распада  $\tau^- \rightarrow \omega\pi^-$  и сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  [10]:

$$\sigma_{\omega\pi^0}(E) = \frac{4\pi^2\alpha^2}{q^2} V_{\omega\pi}(E). \quad (97)$$

На рисунке 36 приведены результаты измерения сечения  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  детектором СНД в этой работе и работе [14] и данные, полученные из спектральной функции распада  $\tau^- \rightarrow \omega\pi^-$ , измеренной CLEO [61]. Как видно данные СНД и CLEO согласуются друг с другом.

Для количественной проверки гипотезы сохранения векторного тока было проведено сравнение экспериментального значения относительной вероятности распада  $\tau^- \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau$  с величиной, вычисленной согласно формуле [10, 61]:

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \omega\pi^-) = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{64\pi^4 \alpha^2 m_\tau^3} \int_0^{m_\tau} q^3 (m_\tau^2 - q^2)^2 (m_\tau^2 + 2q^2) \sigma_{\omega\pi^0}(q) dq, \quad (98)$$

где  $V_{ud}$  — это элемент матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскавы,  $m_\tau$  — масса  $\tau$ -лептона, а  $G_F$  — константа Ферми. Интегрируя методом трапеций данные СНД [14] (при  $E < 1.05$  ГэВ) и данные, полученные в этой работе, мы нашли следующее значение для произведения ширины распада  $\tau^- \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau$  и относительно вероятности распада  $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau) B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) = (3.68 \pm 0.04 \pm 0.13) \times 10^{-6} \text{ эВ}. \quad (99)$$

Используя табличные значения для времени жизни  $\tau$  лептона и  $B(\omega \rightarrow$

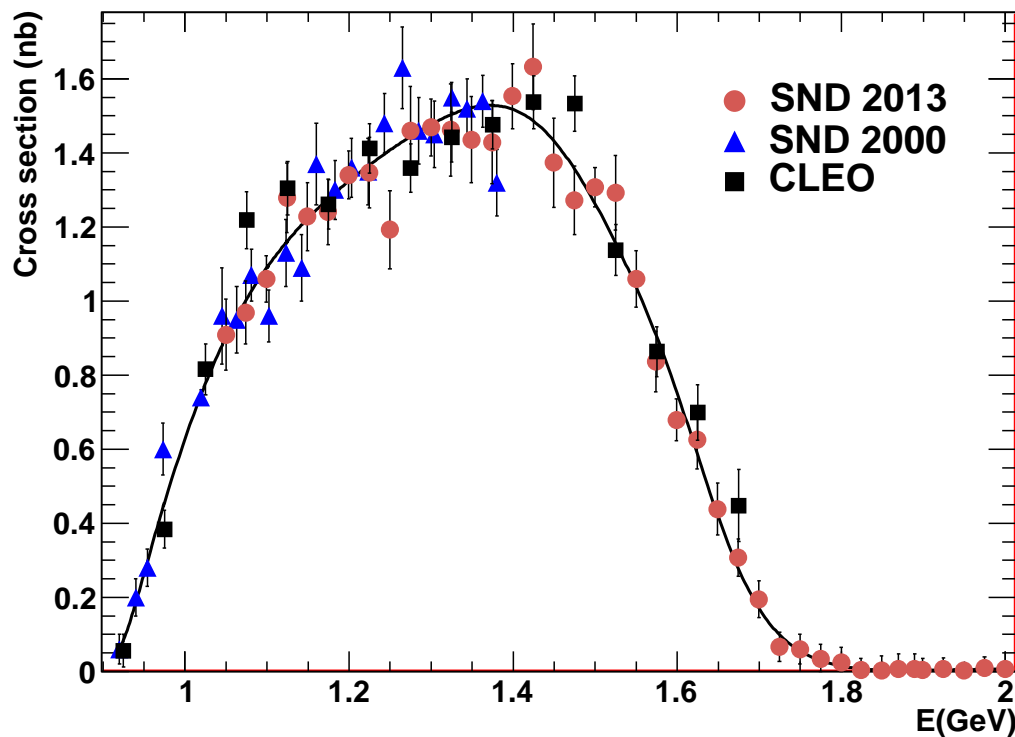


Рис. 36: Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ . На рисунке представлены результаты СНД 2013(эта работа), СНД 2000 [14], КМД-2 [15]. Сечение, обозначенное CLEO, было вычислено по измеренной в эксперименте CLEO [61] спектральной функции распада  $\tau \rightarrow \omega\pi\nu_\tau$  в предположении сохранения векторного тока. Кривая — результат совместной аппроксимации данных СНД 2013 и СНД 2000.



$\pi^0\gamma$ ), можно вычислить относительную вероятность распада  $\tau \rightarrow \omega\pi^-$ :

$$B(\tau \rightarrow \omega\pi^-) = (1.96 \pm 0.02 \pm 0.10) \times 10^{-2}, \quad (100)$$

которая согласуется с табличным значением  $B(\tau \rightarrow \omega\pi^-) = (1.95 \pm 0.08) \times 10^{-2}$  [2]. Можно сделать вывод, что гипотеза сохранения векторного тока для системы  $\omega\pi$  является справедливой в пределах достигнутой на настоящий момент 5%-ой экспериментальной точности.

## Заключение

В ходе выполнения работы достигнуты следующие результаты:

- В эксперименте с детектором СНД на ВЭПП-2000 измерено сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  в области  $E = 1.05\text{--}2.00$  ГэВ. Сечение имеет максимум при энергии  $E = 1.4$  ГэВ, величина которого составляет около 1.5 нб. В диапазоне энергии 1.5–1.7 ГэВ наблюдается резкое падение сечения.

Проведено сравнение результатов данной работы с результатами предыдущих измерений. При энергии ниже 1.4 ГэВ полученные данные хорошо согласуются предыдущими измерениями СНД [14] и КМД-2 [15]. Обнаружено значительное расхождение между данными, полученными в этой работе и на детекторе DM2 [16] в области энергии  $E = 1.35\text{--}2.00$  ГэВ. В области энергии выше 1.4 ГэВ наши данные являются наиболее точным измерением сечения  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  и первым измерением этого сечения в конечном состоянии  $\pi^0\pi^0\gamma$ .

- Измеренное сечение было аппроксимировано выражением, основанным на модели векторной доминантности с учетом возбужденных состояний  $\rho$ -мезона. Было установлено, что в рамках используемой модели не удастся описать энергетическое поведение сечения вкладами только от  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$ . Вклад резонанса  $\rho(1700)$  является необходимым. Из параметров, полученных в результате аппроксимации, были вычислены произведения относительных вероятностей распадов  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$

$$\begin{aligned}
 B(\rho' \rightarrow e^+e^-)B(\rho' \rightarrow \omega\pi^0) &= (5.3 \pm 0.4) \times 10^{-6}, \\
 B(\rho'' \rightarrow e^+e^-)B(\rho'' \rightarrow \omega\pi^0) &= (1.7 \pm 0.4) \times 10^{-6}. \quad (101)
 \end{aligned}$$

- Из полученных данных по сечению  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  был вычислен переходной формфактор для перехода  $\gamma^* \rightarrow \omega\pi^0$ . Было установлено, что в рамках модели векторной доминантности не удается одновременно описать данные, полученные из  $e^+e^-$  аннигиляции и из распада  $\omega \rightarrow \pi^0\mu^+\mu^-$  [58].
- Была проведена проверка гипотезы сохранения векторного тока. Наш результат по сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  сравнивался со спектральной функцией для распада  $\tau^- \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau$ , полученным на детекторе CLEO [61]. Данные хорошо согласуются друг с другом. Кроме того, при помощи выражения, основанного на гипотезе о сохранении векторного тока, из измеренного сечения была вычислена относительная вероятность распада  $\tau \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau$

$$B(\tau \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau) = (1.96 \pm 0.02 \pm 0.10) \times 10^{-2}, \quad (102)$$

которая хорошо согласуется с табличным значением  $(1.95 \pm 0.08) \times 10^{-2}$  [2].

- Разработан генератор первичных событий для целого ряда процессов  $e^+e^-$  аннигиляции в адронные конечные состояния. Генератор встроено в программное обеспечение СНД и активно используется при обработке данных.

В заключение я хочу выразить глубокую благодарность моему научному руководителю В. П. Дружинину за неоценимую помощь в работе над диссертацией, за время и усилия потраченные на мое обучение. Также благодарю своих коллег по работе, особенно А. А. Короля за многочисленные

консультации. Хочу выразить отдельную благодарность заведующему лабораторией С. И. Середнякову за отлично организованную работу нашей лаборатории, постоянное внимание и поддержку. Отдельную благодарность я выражаю коллективу ВЭПП-2000 и лично Ю. М. Шатунову и И. А. Коопу за отличную работу ускорительного комплекса.

## Литература

- [1] A. N. Skrinsky. VEPP-2M status and prospects, and  $\phi$ -factory project at Novosibirsk. // Proc. of Workshop on physics and detectors for *DAΦNE* 95, Frascati, Italy, April 4-7, 1995. - INFN - Laboratori Nazionali di Frascati — 1995 — Frascati physics series — Vol. IV — Pp. 3-18.
- [2] J. Beringer, J. F. Arguin, R. M. Barnett et al. (Particle Data Group), Review of Particle Physics, Phys. Rev. D — 2012 — Vol. 86 — P. 010001.
- [3] Беркаев Д.Е., Шварц Д.Б., Шатунов П.Ю., . . . , Кардапольцев Л.В. и др. Электрон-позитронный коллайдер ВЭПП-2000. Первые эксперименты // ЖЭТФ — 2011 — Том 140 — Вып. 2 — с. 247-255.
- [4] M. N. Achasov, D. E. Berkaev, A. G. Bogdanchikov et al. First experience with SND calorimeter at VEPP-2000 collider // Nucl. Instrum. Meth. A — 2009 — Vol. 598 — Pp. 31-32.
- [5] V. M. Aulchenko, A. G. Bogdanchikov, A. D. Bukin et al. SND tracking system: Test with cosmic muons // Nucl. Instrum. Meth. A — 2009 — Vol. 598 — Pp. 102-104.
- [6] A. Yu. Barnyakov, M. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov et al. High density aerogel for ASIPH SND: Test results // Nucl./ Instrum./ Meth./ A — 2009 — Vol. 598 — Pp. 163-165.
- [7] V. M. Aulchenko, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov et al. DAQ and electronics for SND at VEPP-2000: First test results // Nucl. Instrum. Meth. A — 2009 — Vol. 598 — Pp. 340-341.

- [8] B. I. Khazin. Detectors and physics at VEPP-2000 // Nucl. Instrum. Meth. A — 2010 — Vol. 623 — Pp. 353-355.
- [9] K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin, et al.  $(g-2)_\mu$  and  $\alpha(M_Z^2)$  re-evaluated using new precise data // J. Phys. G — 2011 — Vol. 38 — P. 085003.
- [10] Y. -S. Tsai. Decay Correlations of Heavy Leptons in  $e^+e^- \rightarrow \text{Lepton}^+ \text{Lepton}^-$  // Phys. Rev. D — 1971 — Vol. 4 — P. 2821 [Erratum-ibid. D — 1976 — Vol. 13 — P. 771].
- [11] H. B. Thacker and J. J. Sakurai. Lifetimes and branching ratios of heavy leptons // Phys. Lett. B — 1971 — Vol. 36 — Pp. 103-105.
- [12] F. E. Close, A. Donnachie, Yu. S. Kalashnikova. Radiative Decays of Excited Vector Mesons // Phys. Rev. D — 2002 — Vol 65. — P. 092003.
- [13] S. I. Dolinsky, V. P. Druzhinin, M. S. Dubrovin, et al. The Reaction  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  in the cm energy range from 1.0 to 1.4 GeV // Phys. Lett. B — 1986 — Vol.174 — P. 453.
- [14] M. N. Achasov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin et al. The process  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  up to 1.4-GeV // Phys. Lett. B — 2000 — Vol.486 Pp. 29-34.
- [15] R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, V. S. Banzarov et al. Study of the process  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  in c.m. energy range 920 - 1380MeV at CMD-2 // Phys. Lett. B — 2003 — Vol. 562 — Pp. 173-181.
- [16] D. Bisello, G. Busetto, A. Castro et al.  $e^+e^-$  annihilation into multi-hadrons in the 1350 - 2400-MeV energy range // Nucl. Phys. Proc. Suppl. — 1991 — Vol. 21— Pp. 111-117.

- [17] R. R. Akhmetshin, E. V. Anashin, M. Arpagaus et al.  $a_1(1260)\pi$  dominance in the process  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$  at energies 1.05 - 1.38-GeV // Phys. Lett. B — 1999 — Vol. 466 — Pp.392.
- [18] M. N. Achasov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin et al. Analysis of  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  and  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  processes in the energy range of  $\sqrt{s} = 0.98-1.38$  GeV in the experiments with Spherical Neutral Detector// JETP — 2003 — Vol. 96 — Pp 789-800.
- [19] M. N. Achasov, A. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, ... L. V. Kardapoltsev et al. Measurement of the cross section for the  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  process in the energy range of 1.1-1.9-GeV // JETP Lett. — 2012 — Vol. 9 — Pp. 2-6.
- [20] M. N. Achasov, V. M. Aulchenko, A. Y. Barnyakov, ... L. V. Kardapoltsev et al. Study of  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  in the energy range 1.05-2.00 GeV with SND // arXiv:1303.5198 [hep-ex], отправлено в Phys. Rev. D.
- [21] E. V. Abakumova, M. N. Achasov, D. E. Berkaev et al. Backscattering of laser radiation on ultra-relativistic electrons in transverse magnetic field: evidence of photon interference in a MeV scale // Phys. Rev. Lett. — 2013 — Vol. 110 — P. 140402.
- [22] Г. Н. Абрамов, В. М. Аульченко, М. Н. Ачасов и др. Модернизация детектора СНД для экспериментов на ВЭПП-2000 // Препринт ИЯФ 2003-045, Новосибирск, 2003.
- [23] V. V. Anashin, P. M. Beshchastnov, V. B. Golubev et al. Photomultiplier with microchannel plates // Nucl. Instr. and Meth. A — 1995 — Vol. 357 — Pp. 103-109.

- [24] Г. Н. Абрамов, В. М. Аульченко, М. Н. Ачасов и др. Статус работ по модернизации детектора СНД // Препринт ИЯФ 2004-046, Новосибирск, 2004.
- [25] В. М. Аульченко, М. Н. Ачасов С. Е. Бару и др. Сферический нейтральный детектор (СНД) для электрон-позитронного накопителя ВЭПП-2М // Препринт ИЯФ 1999-016, Новосибирск, 1999.
- [26] А.А.Король. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Изучение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$  в области энергии 0.60 - 0.97 ГэВ // ИЯФ им. Будкера, Новосибирск, 2003.
- [27] M. N. Achasov, A. D. Bukin, D. A. Bukin et al. Energy colibration of the NaI(Tl) calorimeter of the SND detector using cosmic muons // Nucl. Instr. and Meth. A — 1997 — Vol. 401 — Pp. 179-194.
- [28] M. N. Achasov, D. A. Bukin, T. V. Dimova et al. // Nucl. Instr. and Meth. — 1998 — Vol. 411 — Pp. 337-349.
- [29] П. М. Астигеевич, В. М. Аульченко, М. Н. Ачасов, ... Л.В.Кардапольцев ... и др. Начало экспериментов с детектором СНД на коллайдере ВЭПП-2000 // Препринт ИЯФ 2011-021, Новосибирск, 2011.
- [30] Е. Б. Абакумова, В. М. Аульченко, М. Н. Ачасов, ... Л.В.Кардапольцев ... и др. Статус экспериментов с детектором СНД на коллайдере ВЭПП-2000 // Препринт ИЯФ 2012-020, Новосибирск, 2012.
- [31] S. Binner, J. H. Kuhn, K. Melnikov. Measuring  $\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)$  using tagged photon // Phys. Lett. B — 1999 — Vol. 459 — Pp.279-287



- [32] H. Czyz, A. Grzelinska, J. H. Kuhn et al. Electron positron annihilation into three pions and the radiative return // Eur. Phys. J. C — 2006 — Vol. 47 — P. 617.
- [33] H. Czyz, J. H. Kuhn. Four pion final states with tagged photons at electron positron colliders // Eur. Phys. J. C — 2001 — Vol. 18 — P. 497-509.
- [34] С. Е. Аввакумов, К. И. Белобородов, А. В. Бердюгин и др. UNIMOD2 — универсальная программа моделирования экспериментов на встречных  $e^+e^-$  пучках. // Препринт ИЯФ 2006-038, Новосибирск, 2006.
- [35] R. R. Akhmetshin, E. V. Anashkin, A. B. Arduzov et al. Measurement of  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  cross section with CMD-2 around  $\rho$  meson // Phys. Lett. B — 2002 — Vol. 527 — Pp. 161-172.
- [36] M. N. Achasov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin et al. Update of the  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  cross section measured by SND detector in the energy region  $400 \text{ MeV} < \sqrt{s} < 1000\text{-MeV}$  // J. Exp. Theor. Phys. — 2006 — Vol. 103 — P. 380.
- [37] N. N. Achasov, N. M. Budnev, A. A. Kozhevnikov and G. N. Shestakov. Electromagnetic  $\rho$ - $\omega$  mixing as a tool for the investigation of the reactions  $e^+e^- \rightarrow (\rho, \omega)\pi \rightarrow 3\pi$  // Sov. J. Nucl. Phys. — 1976 — Vol. 23 — P. 320.
- [38] M. N. Achasov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin et al. Study of the process  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  in the energy region  $\sqrt{s}$  below 0.98 GeV // Phys. Rev. D — 2003 — Vol. 68 — P. 052006.
- [39] M. N. Achasov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin et al. Study of the process  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  in the energy region  $\sqrt{s}$  from 0.98 to 1.38 GeV. // Phys. Rev. D — 2002 — Vol. 66 — P. 032001.

- [40] R. R. Akhmetshin, G. A. Aksenov, E. V. Anashkin et al. Study of dynamics of  $\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  decay with CMD-2 detector // Phys. Lett. B — 1998 — Vol. 434 — Pp. 426-436.
- [41] B. Aubert, R. Barate, D. Boutigny et al. Study of  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  process using initial state radiation with BaBar // Phys. Rev. D — 2004 — Vol. 70 — P. 072004
- [42] R. Decker, M. Finkemeier, P. Heiliger and H. H. Jonsson. Tau decays into four pions // Z. Phys. C — 1996 — Vol. 70 — Pp. 247-254.
- [43] J. H. Kuhn, A. Santamaria. Tau decays to pions // Z. Phys. C — 1990 — Vol. 48 — P. 445.
- [44] M. N. Achasov, V.M.Aulchenko, A. V. Berdyugin et al. Investigation of the  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  reaction in the energy domain near the  $\phi$ -meson // Nucl. Phys. B — 2000 — Vol. 569 — Pp. 158-182.
- [45] В. П. Дружинин. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Изучение процессов  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  и  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  в области энергий ниже 1.4 ГэВ, ИЯФ им. Будкера, Новосибирск, 2000.
- [46] Y. s. Oh, H. c. Kim. Higher meson resonances in  $\rho \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  and  $\omega \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$  // Phys. Rev. D — 2003 — Vol. 68 — P. 094003.
- [47] M. Caffo, H. Czyz, E. Remiddi. Order  $\alpha^2$  leading logarithmic corrections in Bhabha scattering at LEP/SLC energies // Phys. Lett. B — 1994 — Vol. 327 — Pp. 369-376.

- [48] M. Caffo, H. Czyz, E. Remiddi. Bhabha Scattering At High-Energy // Nuovo Cim. A — 1992 — Vol. 105 — P. 277-292.
- [49] G. Bonneau, F. Martin. Hard photon emission in  $e^+e^-$  reactions // Nucl. Phys. B — 1971 — Vol. 27 — P. 381.
- [50] M. Benayoun, S. I. Eidelman, V. N. Ivanchenko et al. Spectroscopy at B-factories using hard photon emission // Mod. Phys. Lett. A — 1999 — Vol. 14 — P. 2605.
- [51] H. Czyz, A. Grzelinska, J. H. Kuhn et al. The radiative return at  $\phi$ - and B-factories: small-angle photon emission at next to leading order // Eur. Phys. J. C — 2003 — Vol.27 — Pp. 563-575.
- [52] F. A. Berends, R. Kleiss. Distribution for electron-positron annihilation into two and three photons // Nucl.Phys. B — 1981 — Vol. 186 — P. 22.
- [53] B. Aubert, R. Barate, D. Boutig et al. The  $e^+e^- \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)\pi^0$ ,  $2(\pi^+\pi^-)\eta$ ,  $K^+K^-\pi^+\pi^-\pi^0$  and  $K^+K^-\pi^+\pi^-\eta$  cross sections measured with initial-state radiation // Phys. Rev. D — 2007 — Vol. 76 — P. 092005.
- [54] B. Aubert, R. Barate, D. Boutig et al. Study of  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  process using initial state radiation with BABAR // Phys. Rev. D — 2004 — Vol.70 — P. 072004.
- [55] M. N. Achasov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin ... L. V. Kardapoltsev *et al.* Search for  $e^+e^- \rightarrow f_0(600)\gamma$ ,  $f_0(980)\gamma$ ,  $f_0(1350)\gamma$ , and  $f_2(1270)\gamma$  processes in the energy range from 1.05-GeV to 1.38-GeV // J. Exp. Theor. Phys. — 2011 — Vol. 113 — P. 75

- [56] K. S. Cranmer. Kernel estimation in high-energy physics // Comput. Phys. Commum. — 2001 — Vol.136 — Pp. 198-207.
- [57] E. A. Kuraev, V. S. Fadin. On radiative correction to  $e^+e^-$  single photon annihilation at high-energy // Sov. J. Nucl. Phys. — 1985 — Vol. 41 — Pp. 466-472.
- [58] R. Arnaldi, K. Banicz, J. Castro et al. Study of the electromagnetic transition form-factors in  $\eta \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$  and  $\omega \rightarrow \mu^+\mu^-\pi^0$  decays with NA60 // Phys. Lett. B — 2009 — Vol. 677 — Pp. 260-266.
- [59] L. G. Landsberg. Electromagnetic Decays of Light Mesons // Phys. Rept. — 1985 — Vol. 128 — Pp. 301-376.
- [60] S. Pacetti. Electromagnetic Decays of Light Mesons // Eur. Phys. J. A — 2008 — Vol. 38 — Pp. 331-343.
- [61] K. W. Edwards, R. Janicek, P. M. Patel et al. Resonant structure of  $\tau \rightarrow 3\pi\pi^0\nu_\tau$  and  $\tau \rightarrow \omega\pi\nu_\tau$  // Phys. Rev. D — 2000 — Vol. 61 — P. 072003.