

Луи де Бройль

1892 Франция. Отец — 5-й герцог де Брולי, мать — Полина д'Армай, внучка наполеоновского генерала. Старший брат Морис — физик экспериментатор. Учился дома.

1906 Смерть отца. Морис стал 6-м герцогом и взял на себя заботу о Луи. Луи — князь (prince) священной римской империи. Лицей Жансон-де-Сайи.

1909 Бакалавр по философии и математике.

1910 Парижский университет, история и право. Разочаровался. Читал труды Пуанкаре, материалы 1-го сольвеевского конгресса.

? Военная служба: сначала в форте, потом в службе беспроводных коммуникаций на Эйфелевой башне.

1919 Демобилизовался. Аспирантура парижского университета, лекции Ланжевена по теории относительности. Знакомство с Бриллюэном. Работа в частной лаборатории брата: рентгеновские лучи, фотоэффект.

1923 Волновые свойства материальных частиц.

1924 Диссертация.

1960 Смерть Мориса, унаследовал герцогский титул. Детей не было.

Оптико-механическая аналогия (Гамильтон): принцип Ферма = принцип Мопертюи

$$\int \frac{ds}{\lambda} = \min \quad \int p dl = \min$$

Дебай: уравнение эйконала — предельный случай волновой оптики:

$$\nabla^2 u + n^2 k_0^2 u = 0 \quad u = A e^{ik_0 W} \quad (\nabla W)^2 = n^2$$

Распределение Больцмана для газа фотонов \Rightarrow распределение Вина (1922).

Движущееся тело сопровождается волной.

$$e^{-ikx} \quad p^\mu = \hbar k^\mu \quad p_\mu p^\mu = m^2 c^2$$

Групповая скорость

$$\vec{v} = \frac{\partial k^0}{\partial \vec{k}} = \frac{\vec{k}}{k^0} = \frac{\vec{p}}{p^0}$$

Правило квантования

$$\oint \frac{dl}{\lambda} = n \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \oint k dl = 2\pi n \quad \oint p dl = 2\pi \hbar n$$

Дифракция электронов на кристаллах (говорят, что её видно на некоторых пластинках Ленарда, как заметил ассистент Ленарда после его смерти в Хайдельберге; это сомнительно, фокусировка электронного пучка в установке Ленарда была недостаточно острой).

Ланжевен сообщил о работах де Бройля на 4 Сольвеевском конгрессе в 1924, и рассказал о них Эйнштейну. Эйнштейн в это время занимался статистикой Бозе, заинтересовался, упомянул в статье. Эйнштейн рассказал Борну, Борн обсудил с Франком и Эльзассером. Эльзассер: нельзя ли наблюдать экспериментально? Франк: Дэвиссон уже обнаружил дифракцию электронов. Дэвиссон (Нью Йорк, 1921–1923). Франк, Эльзассер: угловые распределения Дэвиссона соответствуют теории де Бройля, длина волны убывает со скоростью. Эльзассер: объяснение эффекта Рамзауэра (1921–1923) (который наблюдали и несколько других экспериментаторов). Эльзассер послал статью в журнал (с благодарностью Франку). Издатель

спросил мнение фон Лауэ и Прингсхайма, не получил ответа, спросил Эйнштейна, тот сказал опубликовать (1925).

Дэвиссон, Джермер (1925): никелевая мишень при высокой температуре, взрыв сосуда с жидким воздухом, трубка разбита, мишень окислилась. Мишень восстановили, испарили внешний слой никеля — длительное нагревание при больших температурах. Несколько крупных монокристаллов. Максимумы при Брэгговских углах. В 1926 результаты не очень определённые (обсуждение в Оксфорде с Борном, Франком и др.). В 1927 надёжные результаты, согласие длины волны с формулой де Бройля. Дальше много экспериментов, аналогичных рентгеновским, например Томсон младший. В 1937 нобелевская премия Дэвиссону и Томсону. Томсон-отец получил нобелевскую премию за то, что доказал, что электроны — это частицы, а Томсон-сын — за то, что доказал, что электроны — это волны.

Эрвин Шрёдингер

1887 Вена. Отец — владелец фабрики клеёнки и линолеума.

1898 Академическая гимназия. Лучший ученик. Увлекался театром.

1906 Университет: математика, физика. Хотел стать учеником Больцмана, но он погиб, лекции Хазенёрля по теоретической физике. Экснер — по экспериментальной. Экспериментальные работ: атмосферное электричество, радиоактивность.

1910 Защита диссертации. 1 год служба в армии.

1911 Ассистент Экснера.

1912 Обзор по диэлектрикам. Цветовое зрение.

1914 Хабилизация. Артиллерия, итальянский фронт — относительно спокойный участок, оставалось время читать научную литературу.

1918 Вена

1920 Женился. Йена, Штутгарт, Бреслау

1921 Университет Цюрих. Дебай, Вейль, Шеррер в Цюризском политехникуме.

1927 Берлинский университет, преемник Планка. Планк, Эйнштейн, фон Лауэ.

1933 Оксфорд. Нобелевская премия. Конфликты в связи с семейной жизнью.

1936 Грац (Австрия).

1938 Аншлюсс. Опубликовал “примирительное письмо” — критика коллег. Опять эмиграция: Оксфорд, Гент (Бельгия).

1939 Дублин. Премьер-министр де Валера, институт высших исследований. Директор, глава 1 из 2 школ — теоретической физики.

1956 Профессор Венского университета.

Работы по статистической физике, переписка с Эйнштейном.

Квантование как задача о собственных значениях

Совместный коллоквиум Цюрихского университета и политехникума. Дебай предложил Шрёдингеру выступить с докладом об идеях де Бройля (ноябрь 1925). После доклада Дебай сказал: Целое число волн на орбите — это детский сад. Как меня учил Зоммерфельд, раз есть волны, они должны подчиняться какому-то волновому уравнению.

Шрёдингер сначала получил релятивистское влновое уравнение (соображения де Бройля были релятивистскими). Сейчас оно известно как уравнение Клейна–Гордона–(Фока). Шрёдингер решил его для атома водорода и получил тонкую структуру, не согласующуюся с экспериментом.

Рождественские каникулы в Арозе с любовницей. Нерелятивистское волновое уравнение. Вывод в черновиках:

$$\nabla^2\psi + k^2\psi = 0 \quad k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E_k = \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)$$

Разделение переменных. Угловая часть известна. Вейль помог с решением радиального уравнения. Получил правильный спектр (без тонкой структуры). Шрёдингер не знал, что получились присоединённый полиномы Лагерра — не читал Куранта–Гильберта.

Январь 1926. Новое выступление на семинаре: теперь я знаю волновое уравнение. Первая статья.

$$H(q, \nabla S) = E \quad S = \hbar \log \psi \quad \frac{\hbar^2}{2m}(\nabla\psi)^2 - (E - U)\psi^2 = 0$$

$$I = \int \left[\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla\psi)^2 - (E - U)\psi^2 \right] dV \quad \delta I = 0 \quad \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + (E - U)\psi = 0$$

Февраль. Оптико-механическая аналогия, новый вывод волнового уравнения.

$$\nabla^2\psi + n^2k_0^2\psi = 0 \quad \psi = Ae^{ik_0W} \quad (\nabla W)^2 = n^2$$

$$\frac{(\nabla S)^2}{2m} + U = E \quad (\nabla S)^2 = 2m(E - U)$$

$$S = \sqrt{2mEW} \quad k_0^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad n^2 = \frac{E - U}{E}$$

$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

Несколько частиц: волновая функция в конфигурационном пространстве. Осциллятор. Ротатор (2 и 3-мерный). Упругий ротатор — молекула.

Май. Теория возмущений — метод Рэля для звуковых волн. Вырожденный случай. Эффект Штарка в водороде (включая интенсивности линий).

Июнь. Нестационарное волновое уравнение (ψ теперь комплексна). Уравнение непрерывности. Возмущения, зависящие от времени. Теория дисперсии, включая комбинационные частоты. Электрон — волна, $e|\psi|^2$ — плотность заряда.

Июль. Когерентные состояния осциллятора. Хайзенберг: волновые пакеты расплываются, осциллятор — исключение. Кроме того, системы нескольких частиц.

Эквивалентность матричной и волновой механики

Шрёдингер (март 1926)

$$H\psi_n = E_n\psi_n$$

$$q_{mn} = \int \psi_m q \psi_n dq \quad p_{mn} = \int \psi_m \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial q} \right) \psi_n dq$$

$$\left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial q} \right) q - q \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial q} \right) = -i\hbar$$

Матричное правило умножения. Повторил Борна-Йордана на волновом языке, включая уравнения Гамильтона для q и p .

Паули, весна 1926, Копенгаген. Апрель, письмо Йордану в Гёттинген.

Эккарт (май 1926). Решил уравнение Шрёдингера для осциллятора, получил матрицы q , p . Июнь: операторы, матричные элементы в общем случае.

Ланцош (январь 1926): интегральные уравнения

$$\int H(x, y)\psi_n(y) dy = E_n\psi_n(x)$$

Полная ортонормированная система функций

$$(AB)(z, x) = \int A(z, y)B(y, x) dx \quad A_{mn} = \int \psi_m(y)A(y, x)\psi_n(x) dy dx$$

Коммутатор

$$(pq - qp)(y, x) = -i\hbar E(y, x) \quad E(y, x) = \sum_n \psi_n(y)\psi_n(x)$$

Чуть не открыл δ функцию.

Борн, Винер (январь 1926). Винер придал математический смысл операционному исчислению Хевисайда — обобщение интегралов Фурье.

$$\begin{aligned} \varphi_m &= \sum_n A_{mn}\psi_n \\ \psi(t) &= \sum_n \psi_n e^{-iE_n t/\hbar} \quad \varphi(t) = \sum_n \varphi_n e^{-iE_n t/\hbar} \quad \varphi(t) = \hat{A}\psi(t) \\ [\hat{p}, \hat{q}] &= -i\hbar \hat{1} \\ \dot{q} &= Dq - qD \quad D = \frac{i}{\hbar} H \end{aligned}$$

Матрица H диагональна. Осциллятор

$$(D^2 + \omega^2)q = 0$$

Свободное движение. Борн позже жалел что они не догадались про $p = -i\hbar\partial/\partial q$.

Доклад на семинаре в Мюнхене (июнь). Хайзенберг: как объяснить фотоэффект и другие дискретные квантовые процессы? Вин чуть не вышвырнул его из аудитории: Вы должны понять, что со всей этой чужью про квантовые скачки покончено. Профессор Шрёдингер всё со временем объяснит.

На семинаре в Берлине. Эйнштейн: недавно у нас не было ни одной квантовой теории, а теперь срузы 2. Это перебор. Кто-то: Паули доказал, что они эквивалентны. Шрёдингер восхищался: Паули легко и просто сделал то, на что он потратил несколько месяцев тяжёлой работы.

Хайзенберг: чем больше я думаю о физическом содержании теории Шрёдингера, тем более ужасной она мне кажется. Шрёдингер: меня отвращала трансцендентная алгебра и отсутствие наглядности.

Сентябрь-октябрь: Шрдингер в Копенгагене. Дискуссия началась на вокзале и продолжалась каждый день с утра до ночи. Шрёдингер остановился в доме Бора.

Шрёдингер: идея квантовых скачков абсурдна. Как движется электрон во время скачка?

Бор: мы не можем наглядно представить себе квантовый скачок. Предсказания обыденной жизни недостаточны для описания атома.

Шрёдингер: Я не хочу обсуждать наши понятия. Я хочу знать, что происходит в атоме. Если электроны — частицы, они должны как-то двигаться. Квантовая механика не говорит как. Если электрон — волна, противоречия исчезают, частоту излучения легко понять.

Бор: Противоречие просто сдвигается в другое место. Распределение Планка требует дискретных энергий атома. Мы видим дискретные события на сцинтилляционном экране или в камере Вильсона. Мы не можем объявить, что квантовых скачков нет.

Шрёдингер: Если нам придётся смириться с этими чёртовыми скачками, я вообще сожалею, что имел дело с квантовой теорией.

Бор: Все остальные благодарны Вам за это. Волновая механика — огромный прогресс.

Шрёдингер заболел (возможно, от напряжения). Бор сидел на край кровати: Но Вы же, конечно, должны понять, что... Они не договорились.

Рассеяние электронов на атомах

Борн (1926). “Кафедры Франка и моя находятся в одном здании в Гёттингене. Каждый эксперимент Франка по рассеянию электронов подтверждает, что они частицы.” Волновая механика: амплитуда рассеяния, Борновское приближение (теория возмущений). $|f(\vartheta)|^2$ — вероятность рассеяться в данном направлении. Квантовая механика определяет не конкретное состояние электрона после рассеяния, а вероятности различных конечных состояний. Движение частицы вероятностно, вероятность определяется причинным законом. Похоже на идеи Эйнштейна и Слэтера: квадрат электромагнитного поля определяет вероятность найти фотон в данном месте. В классике вероятность определяется нашим неполным знанием, в квантовой механике она объективна.

$$H\psi_n = E_n\psi_n \quad \psi = \sum_n c_n\psi_n \quad \int |\psi|^2 dV = \sum_n |c_n|^2$$

$|c_n|^2$ — вероятность того, что частица находится в состоянии n .

Вентцель (1926): рассеяние в кулоновском поле в борновском приближении, формула Резерфорда.

Борн (октябрь 1926); Борн, Фок (1928): адиабатические процессы, вероятности переходов $\rightarrow 0$ (если нет пересечения уровней). Переход к классике.

Теория преобразований

Переменные действие–угол в квантовой механике: Дирак (атом водорода), Йордан, Вентцель (зоммерфельдовское комплексное интегрирование для матриц, осциллятор, атом водорода), Хайзенберг (релятивистское рассмотрение атома водорода). Лондон

$$[J, e^{i\varphi}] = \hbar e^{i\varphi}$$

Метод Гамильтона–Якоби в матричной механике.

Лондон (сентябрь 1926): канонические преобразования в волновой механике.

$$\begin{aligned} H(q, p)\psi &= E\psi \\ q &= U^{-1}q'U \quad p = U^{-1}p'U \quad H = U^{-1}H'U \quad \psi = U^{-1}\psi' \\ H'\psi' &= E\psi' \\ \psi'_m &= \sum_n U_{mn}\psi_n \quad \int \psi'_m{}^* \psi'_n dq' = \sum_l U_{ml}^* U_{ln} = \delta_{mn} \\ A'_{mn} &= \int \psi'_m{}^* A' \psi'_n dq' = \int (U\psi_m)^* U A U^{-1} U \psi_n dq = A_{mn} \end{aligned}$$

Функциональный анализ.

Дирак (1926). Бра-кет обозначения появились только в 1939, но по существу в статье 1926 года всё было. Ортонормированный базис

$$\langle m|n\rangle = \delta_{mn}$$

Полнота

$$\sum |n\rangle\langle n| = 1 \quad |\psi\rangle = \sum |n\rangle\langle n|\psi\rangle \quad \hat{A} = \sum |m\rangle\langle m|\hat{A}|n\rangle\langle n|$$

Собственный базис

$$\hat{A}|n\rangle = A_n|n\rangle \quad \langle m|\hat{A}|n\rangle = A_n\delta_{mn}$$

Переход к другому базису

$$|n'\rangle = \sum |n\rangle\langle n|n'\rangle \quad \langle m'| = \sum \langle m'|m\rangle\langle m| \quad \langle m'|n'\rangle = \sum \langle m'|n\rangle\langle n|n'\rangle = \delta_{m'n'}$$

$$\langle n'|\psi\rangle = \sum \langle n'|n\rangle\langle n|\psi\rangle \quad \langle m'|\hat{A}|n'\rangle = \sum \langle m'|m\rangle\langle m|\hat{A}|n\rangle\langle n|n'\rangle$$

Непрерывный спектр

$$\langle y|x\rangle = \delta(y-x) \quad \int dx|x\rangle\langle x| = 1$$

$$\langle x'|\psi\rangle = \int dx\langle x'|x\rangle\langle x|\psi\rangle \quad \langle y'|A|x'\rangle = \int dy dx\langle y'|y\rangle\langle y|A|x\rangle\langle x|x'\rangle$$

Координатное представление

$$\hat{x}|x\rangle = x|x\rangle \quad \langle y|\hat{x}|x\rangle = x\delta(y-x)$$

$$\langle y|\hat{p}|x\rangle = -i\hbar\delta'(y-x) \quad \langle y|[\hat{p}, \hat{x}]|x\rangle = (x-y)\langle y|\hat{p}|x\rangle = i\hbar(y-x)\delta'(y-x) = -i\hbar\delta(y-x)$$

$$x\delta'(x) = -\delta(x)$$

$$\langle x|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{ipx} \quad \langle q|p\rangle = \delta(q-p) \quad \hat{p}|p\rangle = p|p\rangle$$

Общая статистическая интерпретация (также Хайзенберг и Паули).

δ функция: Кирхгоф (1882, теорема Грина); Хевисайд (1893, как импульс в электротехнике). В математике — теория обобщённых функций (distributions).

Йордан (1926) — эквивалентный подход, математически более громоздкий.

Зимой 1926–27 года Гильберт читал лекции по математическим методам квантовой механики. В работе ему помогали Нордхайм и фон Нейман. Аксиомы для амплитуд вероятности.

Фон Нейман (1929). Математические основания квантовой механики (1932). Заменял δ функцию на интегралы Стильтьеса

$$\int f(x) dg(x)$$

где $g(x)$ может иметь скачки (сейчас книгу трудно читать). Ввёл матрицу плотности. Анекдот про переезд.

Обобщённые функции (Соболев 1936), распределения (Лоран Шварц 1955).

Соотношение неопределённостей

Книга Борна, Йордана “Элементарная квантовая механика”. Паули: в заключение отметим и достоинства книги: бумага и печать в ней отличные.

Хайзенберг в Копенгагене, ассистент Бора (вместо Крамерса). Осень–зима 1926–27. Хайзенберг думает о проблемах интерпретации квантовой механики, обсуждает их с Бором. Хайзенберг защищает интерпретацию электрона как частицы и квантовые скачки; Бор рассматривает их наравне с волновыми свойствами. Хайзенберг предпочитал сначала посчитать, потом интерпретировать; Бор не соглашался что-нибудь считать, пока полностью не прояснена интерпретация. Траектория электрона в камере Вильсона. В середине февраля Бор уехал на месяц в Норвегию кататься на лыжах. Ранее Хайзенберг обсуждал с Эйнштейном: теория должна содержать только наблюдаемые величины, например, теория относительности (одновременность ненаблюдаема). Эйнштейн: именно теория определяет, какие величины

являются измеримыми. Хайзенберг (через неделю): понятие координаты электрона определяется методом её измерения, требуется γ -лучевой микроскоп с как можно более короткой длиной волны. То же для импульса: выключаем все силы, эффект Доплера, свет с как можно меньшей частотой. При измерении координаты импульс меняется из-за Комpton-эффекта. В основном состоянии измерение координаты с точностью $\leq r_B$ полностью разрушает это состояние; в высоковозбуждённом можно наблюдать траекторию. Измеряя координату электрона во многих атомах в основном состоянии, получим распределение вероятностей. Длинное письмо Паули, Паули только слегка покритиковал.

Ещё через 2 недели — статья “Об интуитивном содержании квантотеоретической кинематики и динамики”. Гауссовы волновые пакеты

$$\Delta q \Delta p = \frac{\hbar}{2}$$

Хайзенберг послал статью сразу после возвращения Бора. Хайзенберг не вполне правильно описал разрешающую способность γ -лучевого микроскопа. Если мы знаем импульс фотона до и после рассеяния, импульс электрона после рассеяния тоже известен. Бор: неопределённость импульса определяется дифракцией волн на апертуре микроскопа, т. е. волновыми свойствами. Май: конфликт Хайзенберга с Бором и Клейном. Постскриптом к статье при корректуре. Причинность: “Если точно знать настоящее, можно предсказать будущее” — неверна посылка, а не заключение.

В книге Вейля “Теория групп и квантовая механика” (1928) доказано неравенство

$$\Delta q \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

по идее Паули из неравенства Шварца. Робертсон (1929)

$$[A, B] = iC \quad \Delta A \Delta B \geq \frac{|<C>|}{2}$$

Хайзенберг — профессор в Лейпциге (Дебай там же), январь 1928. Паули в Цюрихском политехникуме, в Гамбурге вместо него Йордан. В Копенгагене ассистент Бора — Клейн (релятивистское волновое уравнение).

Бор после опровержения БКС: корпускулярно-волновой дуализм. Бор Комо сентябрь: принцип дополнительности. 2 описания, исключая друг друга, оба необходимы. Для них необходимы разные схемы эксперимента. Роль прибора, описываемого классически. Копенгагенская интерпретация (Бор, Хайзенберг, Паули). Паули: 2 классических понятия дополнительны, если устройство для измерения одного из них не может быть создано без разрушения устройства для измерения другого. фон Вайцзеккер. Розенфельд — квадратный корень из Бора на Троцкого.

5 Сольвеевский конгресс (октябрь 1927). Борн и айзенберг: квантовая механика (включая интерпретацию) завершена. Бор: принцип дополнительности. Эйнштейн относился к квантовой механике восхищённо-недоверчиво. Эйнштейн предлагал мысленные эксперименты, опровергающие соотношения неопределённостей. Бор их разоблачал. Продолжили на 6 Сольвеевском конгрессе (1930). Пример, где Эйнштейн не учёл влияния гравитационного поля на часы. Эйнштейн: мгновенная редукция волновой функции противоречит теории относительности. Хайзенберг, Паули: волновая функция — не физическое поле; она описывает информацию, имеющуюся у физика о квантовой системе. По результатам наблюдения строится волновая функция; она эволюционирует по уравнению Шрёдингера; она представляет собой каталог вероятностей возможных результатов следующего измерения; оно зависит от выбранной схемы эксперимента.