

Арнольд Зоммерфельд

1868 Кёнигсберг

1886 Кёнигсбергский университет, математика. Гильберт, Гурвиц, Линдеман. Интерес к физике.

1891 диссертация по математической физике

1894 Гёттинген, ассистент Клейна

1896 хабилизация — дифракция
редактор математической энциклопедии (по физике)

1900 профессор механики в высшей технической школе, Аахен

1906 профессор теоретической физики, Мюнхен (вакансия с 1894, уход Больцмана; поддержали Лоренц, Больцман, Рентген — тогда профессор экспериментальной физики в Мюнхене). Семинар. Ученики: Дебай, Ланде, Хайзенберг, Паули.

1915 Квантование для нескольких степеней свободы

1927 теплоёмкость электронного газа

Атом водорода

Защитить диссертацию под руководством Зоммерфельда легко. Пару раз в диссертации проинтегрируйте что-нибудь в комплексной плоскости — и положительная оценка обеспечена.

$$\oint p_\varphi d\varphi = 2\pi M = 2\pi\hbar l \quad M = \hbar l$$

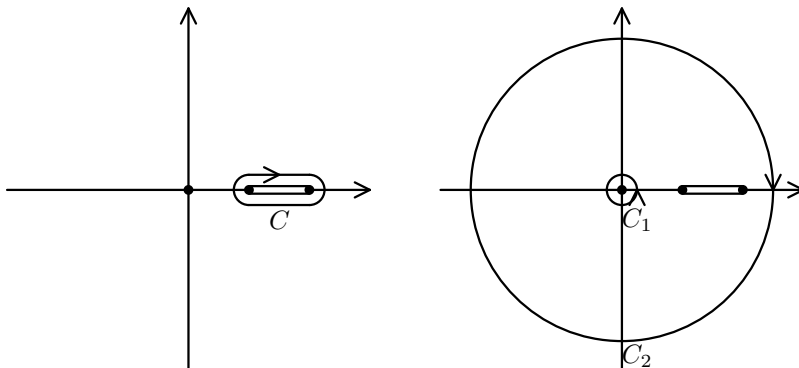
$$\oint p_r dr = \oint \sqrt{2m \left(E - \frac{M^2}{2mr^2} + \frac{e^2}{r} \right)} dr = 2\pi\hbar n_r$$

$$\sqrt{2m|E|} \oint \sqrt{-1 - \frac{M^2}{2m|E|} \frac{1}{r^2} + \frac{e^2}{|E|r}} dr = 2\pi\hbar n_r$$

$$\frac{M^2}{2m|E|} \frac{1}{r^2} = \frac{1}{x^2} \quad r = \frac{M}{\sqrt{2m|E|}} x \quad \frac{e^2}{|E|r} = \frac{2a}{x} = \frac{e^2}{M} \sqrt{\frac{2m}{|E|}} \frac{1}{x} \quad a = \frac{e^2}{M} \sqrt{\frac{m}{2|E|}}$$

$$M \oint \sqrt{-1 + \frac{2a}{x} - \frac{1}{x^2}} dx = 2\pi\hbar n_r \quad lF(a) = 2\pi n_r \quad F(a) = \oint \sqrt{-1 + \frac{2a}{x} - \frac{1}{x^2}} dx$$

$$f(z) = 1 - \frac{2a}{z} + \frac{1}{z^2} = \frac{(z - x_+)(z - x_-)}{z^2} \quad \oint_C \sqrt{f(z)} dz = iF(a)$$



$$\begin{aligned}
x \in [x_-, x_+] : \quad & \sqrt{f(z)} \Big|_{z=x+i0} = +i\sqrt{-f(x)} \quad \sqrt{f(z)} \Big|_{z=x-i0} = -i\sqrt{-f(x)} \\
x \rightarrow \infty : \quad & \sqrt{f(z)} = 1 - \frac{a}{z} \quad \int_{C_2} \sqrt{f(z)} dz = 2\pi i a \\
x \rightarrow 0 : \quad & \sqrt{f(z)} = -\frac{1}{z} \quad \int_{C_1} \sqrt{f(z)} dz = -2\pi i \\
iF(a) = 2\pi i(a-1) \quad & F(a) = 2\pi(a-1) \\
l(a-1) = n_r \quad & \frac{e^2}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2|E|}} = n_r + l = n \quad |E| = \frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}
\end{aligned}$$

Пространственное квантование

Тонкая структура

$$\frac{E}{mc^2} = \left[1 + \frac{\alpha^2}{(n_r + \sqrt{l^2 - \alpha^2})^2} \right]^{-1/2} - 1 \approx -\frac{\alpha^2}{2n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{l} - \frac{3}{4} \right) \right]$$

Водородоподобный ион $\alpha \rightarrow Z\alpha$. Современная формула

$$E = -\frac{mc^2 \alpha^2}{2n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) \right]$$

Совпадение случайно. Для $s = 0$ было бы $l + \frac{1}{2}$.

Бор: теория возмущений

$$\begin{aligned}
H_0 &= \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \quad p^2 = p_r^2 + \frac{M^2}{r^2} \\
H_1 &= -\frac{p^4}{8m^3 c^2} = -\frac{1}{2mc^2} \left(H_0 + \frac{e^2}{r} \right)^2 \\
\bar{H}_1 &= -\frac{1}{2mc^2} \left(H_0^2 + 2H_0 \frac{e^2}{r} + \frac{e^4}{r^2} \right) \quad \frac{e^2}{r} = -2H_0 \\
\frac{\partial \bar{H}_0}{\partial M} &= \frac{\hbar l}{m r^2} = -\frac{2}{\hbar} \frac{H_0}{n} \quad (n = n_r + l) \quad \frac{1}{r^2} = -\frac{2m}{\hbar^2 n l} H_0 \\
\frac{\bar{H}_1}{H_0} &= \frac{1}{2mc^2} \left(3H_0 + \frac{2me^4}{\hbar^2 n l} \right) \quad H_0 = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2} \\
\frac{\bar{H}_1}{H_0} &= \frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{l} - \frac{3}{4} \right) \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c}
\end{aligned}$$

Карл Шварцшильд

1873 Франкфурт

гимназия: сделал телескоп, 2 статьи

1891 Страсбургский университет, астрономия

1893 Мюнхенский университет

1896 диссертация

обсерватория в Вене

- 1899 Мюнхен, хабилитация, приват-доцент
- 1901 Гёттинген, экстраординарный профессор (с 1902 ординарный), директор обсерватории
- 1909 директор обсерватории в Потсдаме
- 1914 в армию добровольцем, восточный фронт, заболел пузырьчаткой (тогда неизлечимой)
- 1916 во фронтовом госпитале в России
 статьи по ОТО: внешнее и внутреннее решения Шварцшильда — первые точные решения уравнения Эйнштейна, радиус Шварцшильда
 эффект Штарка в водороде
 умер

Пауль Эпштейн

- 1883 Варшава (Российская империя)
 гимназия в Минске
- 1901 Московский университет
- 1910 Мюнхенский университет, Зоммерфельд
- 1914 интернирован как враждебный иностранец
 ходатайство Зоммерфельда — мог заниматься теоретической физикой, диссертация
- 1919 Цюрих
- 1921 Лейден, потом США

Эффект Штарка в водороде

Электрон в осцилляторном потенциале: нет эффекта

Штарк 1913: водород — расщепление $\sim E$, поляризация

Эпштейн 1916: 3 условия квантования, разделение переменных в уравнении Гамильтона–Якоби. Получил правильную формулу. В тот же день получил письмо от Шварцшильда, в нём была ошибка в формуле (Шварцшильд уже сделал доклад с этой неправильной формулой). Послал ответ; Шварцшильд нашёл у себя ошибку.

$$\Delta E = \frac{3}{2} e \mathcal{E} a_B n (n_1 - n_2) \quad n = n_1 + n_2 + m$$

Шварцшильд 1916: уравнение Гамильтона–Якоби с 2 центрами, эллиптические координаты; предельный случай — однородное поле, параболические координаты

Нормальный эффект Зеемана

Фарадей: безуспешно. Зееман: жёлтая линия Na уширяется (не смог разрешить), сообщил Лоренцу. Зееман (1886): расщепление некоторых узких линий кадмия и цинка на триплеты. Лоренц (1887): осциллятор в магнитном поле

$$\begin{aligned} \ddot{z} + \omega_0^2 z &= 0 \\ \ddot{x} + \omega_0^2 x &= \frac{e}{mc} \dot{y} B = 2\omega_L \dot{y} \\ \ddot{y} + \omega_0^2 y &= -\frac{e}{mc} \dot{x} B = -2\omega_L \dot{x} \\ \xi &= x \pm iy \quad \ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi = \mp 2i\omega_L \dot{\xi} \quad -\omega^2 + \omega_0^2 = \pm 2\omega_L \omega \quad \omega \approx \omega_0 \mp \omega_L \end{aligned}$$

Колебание вдоль \vec{B} : спектральная линия не смещается, излучается в основном поперёк \vec{B} , линейная поляризация вдоль \vec{B} . Колебания поперёк \vec{B} : 2 линии со смещениями $\pm\omega_L$, излучаются сильнее вдоль \vec{B} , при наблюдении в этом направлении циркулярные поляризации (при наблюдении поперёк \vec{B} — линейные поперёк \vec{B} , в промежуточных направлениях эллиптические). Измеренное отношение e/m соответствует электрону.

Теорема Лармора: во вращающейся системе отсчёта на электрон действует магнитная сила и сила Кориолиса

$$\vec{F} = \frac{e}{c}\vec{v} \times \vec{B} - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}$$

Обращается в 0 при

$$\vec{\omega} = -\frac{e}{2mc}\vec{B}$$

То есть единственный эффект от включения магнитного поля — вращение с ларморовской частотой ω_L (система частиц с одинаковым e/m ; пренебрегли центробежной силой — она $\sim B^2$).

Дебай, Зоммерфельд (1916)

$$H = \frac{1}{2m} \left(p_r^2 + \frac{p_\vartheta^2}{r^2} + \frac{p_\varphi^2}{r^2 \sin^2 \vartheta} + \frac{e}{c} B p_\varphi \right) + U(r)$$

$$\Delta E = \frac{e}{2m} B p_\varphi = \mu_B B n_\varphi \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

Магнетон Бора

Правила отбора, интенсивности

Бор: принцип соответствия. Осциллятор: нет гармоник $\Rightarrow \Delta n = 1$. Коэффициенты Эйнштейна можно посчитать по $d(t)$.

Электрон в центральном поле

$$d_z = er \cos \vartheta \quad d_x = er \sin \vartheta \cos \varphi \quad d_y = er \sin \vartheta \sin \varphi$$

$$e^{i\vartheta} = e^{i\omega_\vartheta t} \sum_n a_n e^{in\omega_r t} \quad e^{i\varphi} = e^{i\omega_\varphi t} \sum_n b_n e^{in\omega_r t}$$

$$\Delta n_\vartheta = \pm 1 \quad \Delta n_\varphi = 0, \pm 1$$

Рубинович: Буковина, университет в Черновцах; Мюнхен, у Зоммерфельда (1914–1918); университеты в Черновцах, Любляне (Словения), Львове (до 2 мировой войны), потом Варшаве. Момент импульса атома + поле сохраняется. Излучается энергия $\hbar\omega$ и проекция момента $\hbar\Delta m$, $\Delta m = 0, \pm 1$.

Тонкая структура, эффект Зеемана

Зоммерфельд, Ланде, ... (1923) $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, \vec{S} интерпретировался как момент импульса атомного остатка.

- 1 внешний электрон: синглет $L = 0$, дублеты
- 2 внешних электрона: синглеты, триплеты

Правила смещения и чередования: спектры 1-кратно ионизованного элемента Z качественно такие же, как нейтрального $Z - 1$. Нормальный Зееман эффект в синглетах. Правила отбора

- $L \rightarrow L + 1, L, L - 1$ кроме $0 \rightarrow 0$

- $S \rightarrow S$
- $J \rightarrow J + 1, J, J - 1$ кроме $0 \rightarrow 0$
- $M \rightarrow M \pm 1$ (σ компонента), M (π компонента), кроме $0 \rightarrow 0$

Эффект Зеемана

$$E = g\hbar\omega_L M_J$$

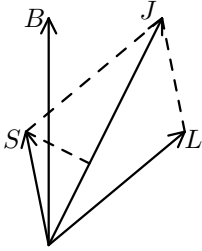
Орбитальное гиромагнитное отношение

$$\vec{\mu} = \frac{e}{2c} \vec{r} \times \vec{v} \quad \hbar \vec{l} = m \vec{r} \times \vec{v} \quad \vec{\mu} = \mu_B \vec{l} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2mc} \quad \hbar\omega_L = \mu_B B$$

Ланде предположил, что для \vec{S} гиромагнитное отношение в 2 раза больше.

Эксперимент Эйнштейна–де Гааза: намагничиваем ферромагнитный цилиндр — начинает вращаться. Они получили результат, согласующийся с орбитальным $e/(2mc)$. Другие уточнили, получили $e/(mc)$.

Векторная модель Ланде: \vec{J} медленно прецессирует вокруг \vec{B} , \vec{S} и \vec{L} быстро прецессируют вокруг \vec{J} .



$$E = \mu_B \langle \vec{L} + 2\vec{S} \rangle \cdot \vec{B} = \mu_B (\vec{J} + \langle \vec{S} \rangle) \cdot \vec{B}$$

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{\vec{J} \cdot \vec{S}}{J^2} \vec{J} \quad \vec{J} - \vec{S} = \vec{L} \quad \vec{J} \cdot \vec{S} = \frac{J^2 + S^2 - L^2}{2}$$

$$E = g\mu_B \vec{J} \cdot \vec{B} \quad g = 1 + \frac{J^2 + S^2 - L^2}{2J^2} = \frac{3}{2} + \frac{S^2 - L^2}{2J^2}$$

$$L^2 \rightarrow L(L+1), S^2 \rightarrow S(S+1), J^2 \rightarrow J(J+1)$$

Эффект Пашена–Бака: когда зеемановское расщепление становится больше интервалов тонкой структуры. Паули (1923): в пределе сильного поля

$$E = \hbar\omega_L (M_L + 2M_S)$$

\vec{L} и \vec{S} быстро прецессируют вокруг \vec{B} . Переходы $M_S \rightarrow M_S$ — выглядит как нормальный эффект Зеемана. $\sum E$ при данном M_J — линейная функция B , одинаковая в слабых и сильных полях.

Вольфганг Паули

1900 Вена

Отец — профессор химии и врач, тоже Вольфганг (младший подписывал статьи W. Pauli Jr.)

Крёстный отец — Эрнст Мах (старший Паули у него учился)

1910 гимназия в Вене, вундеркинд

- 1918** Мюнхенский университет, Зоммерфельд. По его просьбе 20-летний Паули написал обзор по ОТО для энциклопедии математики, высоко оценен Эйнштейном. “То, что сказал господин Эйнштейн, не так уж и глупо”. Интерес к теории атома. Друг Хайзенберг.
- 1921** диссертация. Гёттинген, ассистент Борна. Бор выступил с циклом лекций в Гёттингене.
- 1922** университет Гамбург. До 1923 — институт Бора, Копенгаген.
 “Как же человек может быть счастливым, если он размышляет об аномальном эффекте Зеемана”
 “Физика слишком трудна для меня, я хотел бы быть комиком в кино, лишь бы никогда больше не слышать о физике”
- 1923** университет Гамбург. Паули не очень нравилось в Гёттингене, он предпочитал большой город (Гамбург), интенсивная ночная жизнь. Поздно вставал и поздно ложился. Любил сидеть в кафе. Любил сладкое.
- 1925** принцип запрета
- 1928** Цюрих, высшая техническая школа.
- 1940** не удалось получить швейцарское гражданство. Уехал в США, институт перспективных исследований, Принстон.
- 1945** Нобелевская премия
- 1946** вернулся в Цюрих. Лекции.
- 1949** швейцарское гражданство (с трудом)

Эффект Паули. В лаборатории Франка в Гёттингене произошёл взрыв, разрушивший большую установку. Именно тогда, когда поезд, в котором ехал Паули, на несколько минут остановился на вокзале Гёттингена.

Критический склад ума. “Или неверно, или тривиально”. О неясно написанной статье: “Это даже не неверно”. Перфекционист, “совесть физики”, бич божий.

Дружба с Карлом Юнгом. Интерес к философским вопросам физики.

Заполнение электронных оболочек

Бор (1921): $2n^2$, распределение по l с потолка.

Паули (1924): замкнутая оболочка — $\vec{L} = 0$, $\vec{S} = 0$. Щелочной металл — 1 электрон сверх замкнутой оболочки, неклассическая двузначность m_s . Несколько валентных электронов: $M_L = \sum m_l$, $M_S = \sum m_s$.

Стонер (1924): при данном n число уровней электрона в щелочном металле в магнитном поле = числу электронов в замкнутой оболочке инертного газа с тем же n

$$\sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2$$

Паули (1925): не может быть 2 электронов в состоянии с одинаковыми n, l, j, m_j

$$\sum_{j=l \pm \frac{1}{2}} (2j+1) = 2(2l+1)$$

Отсутствие триплетных термов с $L = 0$ в щелочноземельных металлов. Дырка в замкнутой оболочке.